Matemática

Aluno

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada – 02

2° Série | 2° Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Série
Matemática	Ensino Médio	2°	2°
Habilidades Associadas			
1. Identificar sequências numéricas e obter, quando possível, a expressão algébrica do seu termo geral.			
2. Utilizar o conceito de sequência numérica para resolver problemas significativos.			
3. Utilizar as fórmulas de termo geral e de soma dos termos da PA e da PG na resolução de problemas significativos.			
4. Reconhecer e nomear prismas e cilindros.			
5. Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas.			
6. Cálculo do volume de prismas e cilindros.			

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SOMANDO FORÇAS
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

Apresentação

A Secretaria de Estado de Educação elaborou o presente material com o intuito de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas de pesquisa, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e respectivos tutores – docentes preparados para incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A proposta de desenvolver atividades pedagógicas de aprendizagem autorregulada é mais uma estratégia pedagógica para se contribuir para a formação de cidadãos do século XXI, capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas. Assim, estimula-se a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios da contemporaneidade, na vida pessoal e profissional.

Estas atividades pedagógicas autorreguladas propiciam aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências nucleares previstas no currículo mínimo, por meio de atividades roteirizadas. Nesse contexto, o tutor será visto enquanto um mediador, um auxiliar. A aprendizagem é efetivada na medida em que cada aluno autorregula sua aprendizagem.

Destarte, as atividades pedagógicas pautadas no princípio da autorregulação objetivam, também, equipar os alunos, ajudá-los a desenvolver o seu conjunto de ferramentas mentais, ajudando-o a tomar consciência dos processos e procedimentos de aprendizagem que ele pode colocar em prática.

Ao desenvolver as suas capacidades de auto-observação e autoanálise, ele passa ater maior domínio daquilo que faz. Desse modo, partindo do que o aluno já domina, será possível contribuir para o desenvolvimento de suas potencialidades originais e, assim, dominar plenamente todas as ferramentas da autorregulação.

Por meio desse processo de aprendizagem pautada no princípio da autorregulação, contribui-se para o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para o aprender-a-aprender, o aprender-a-conhecer, o aprender-a-fazer, o aprender-a-conviver e o aprender-a-ser.

A elaboração destas atividades foi conduzida pela Diretoria de Articulação Curricular, da Superintendência Pedagógica desta SEEDUC, em conjunto com uma equipe de professores da rede estadual. Este documento encontra-se disponível em nosso site www.conexaoprofessor.rj.gov.br, a fim de que os professores de nossa rede também possam utilizá-lo como contribuição e complementação às suas aulas.

Estamos à disposição através do e-mail curriculominimo@educacao.rj.gov.br para quaisquer esclarecimentos necessários e críticas construtivas que contribuam com a elaboração deste material.

Secretaria de Estado de Educação

Caro Aluno,

Neste documento você encontrará atividades relacionadas diretamente a algumas habilidades e competências do 2° Bimestre do Currículo Mínimo. Você encontrará atividades para serem trabalhadas durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, Aluno, desenvolva estes Planos de Curso na ausência do Professor da Disciplina por qualquer eventual razão. Essas atividades foram elaboradas a partir da seleção das habilidades que consideramos essenciais em cada ano/série da 2° Série do Ensino Médio no 2° Bimestre.

Este documento é composto de um texto base motivador para você compreender as principais ideias relacionadas a estas habilidades. Leia o texto e, em seguida, resolva as Ficha de Atividades. Essas fichas devem ser aplicadas para cada dia de aula, ou seja, para cada duas horas-aula. Para encerrar as atividades referentes a cada bimestre, ao final é sugerida uma pesquisa sobre o assunto.

Para cada Caderno de aula, vamos fazer relações direta com todos os materiais que estão disponibilizados em nosso site Conexão Professor, fornecendo desta forma diversos materiais de apoio pedagógico para que o Professor aplicador possa repassar para a sua turma.

Neste Caderno, você vai estudar um pouco sobre sequências aritméticas e geométricas, somatório das séries, prismas, cilindros áreas e volumes de prismas e cilindros.

Este documento apresenta 6 (seis) aulas. As aulas podem ser compostas por uma explicação base, para que você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas às habilidades e competências principais do bimestre em questão, e atividades respectivas. Leia o texto e, em seguida, resolva as Atividades propostas. As Atividades são referentes a um tempo de aula. Para reforçar a aprendizagem, propõe-se, ainda, uma avaliação e uma pesquisa sobre o assunto.

Um abraço e bom trabalho!

Equipe de Elaboração.

Sumário

Aula 1: Sequências Numéricas

Caro aluno, nesta aula você vai aprender a reconhecer as sequências numéricas. Além disso, vamos estudar como obter a expressão algébrica que define o termo geral, ou seja, a “fórmula" dessa sequência. Porém, antes de chegarmos a esta “fórmula” é necessário, entendermos o conceito de sequência numérica.

1 – SEQUENCIA NUMÉRICA:

É todo conjunto cujos números obedecem a uma determinada regra. Podemos citar diversos exemplos, observe:

a) (Janeiro, Março, Abril, Março, ...) – Sequência dos meses do ano.
b) (1, 3, 5, 7, 9,...) – O conjunto ordenado dos números ímpares.
c) (0, 2, 4 , 6, 8, 10,...) – O conjunto ordenado dos números pares.

Note que uma a sequência é representada entre parênteses e os termos são separados por vírgulas.

De forma geral, podemos definir os termos de uma sequência da seguinte forma: $(a_1 , a_{2,} a_3 , \dots , a_n)$.

NÃO ESQUECER!!!

a_1 é o primeiro termo da sequência, a_2 é o segundo termo, e assim sucessivamente!

2 – TERMOS DE UMA SEQUÊNCIA:

Os termos de uma sequência podem ser determinados através de uma Lei de Formação. Esta lei é também conhecida como Termo Geral**.** Esta equação permite determinar qualquer termo de uma sequência por meio da substituição no valor a variável **n**.

EXEMPLO 01:

Encontre os cinco primeiros termos da sequência cuja lei de formação é $a_n = n^2$, n Є N.

Resolução:

Vamos utilizar os 5 primeiros números naturais: 0, 1, 2, 3, 4 e substituir n por esses números. Fique atento aos cálculos!

Para identificar o 1° termo, vamos considerar n = 0. Então, teremos:

$$a_n = n^2$$

$$a_0 = 0^2$$

$$a_0 = 0$$

Aplicando o mesmo procedimento para os demais valores, encontraremos o resultado das questões:

$$a_1 = 1^2 = 1$$

$$a_2 = 2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$a_3 = 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$a_4 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

Assim a sequência é $a_n = (0, 1, 4, 9, 16)$.

EXEMPLO 02:

Determine os quatro primeiros termos da sequência cuja lei de formação é dada por $a_1 = n + 2$, com n Є N*.

Resolução:

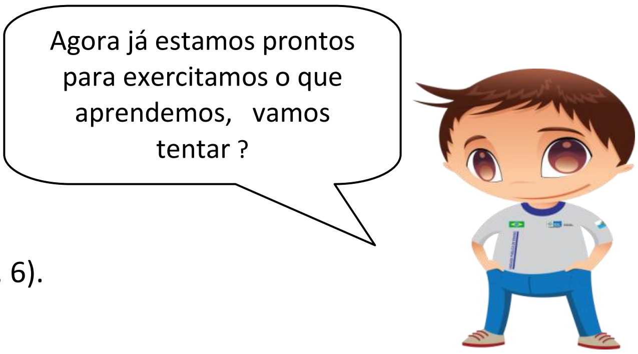
Deve-se ter atenção ao fato de que os valores de n pertencem ao conjunto dos naturais não nulos - N*, isso significar que n não pode assumir o valor zero! Em resumo, devemos substituir os números naturais na letra n a partir do 1. Sendo assim, o exemplo se resolve do seguinte modo:

n = 1 → $a_1 = 1 + 2 = 3$

n = 2 → $a_2 = 2 + 2 = 4$

n = 3 → $a_3 = 3 + 2 = 5$

n = 4 → $a_4 = 4 + 2 = 6$



Assim a sequência é $a_n = (3, 4, 5, 6)$.

Atividade 1

01. Escreva os cinco primeiros termos da sequência cuja lei de formação é definida por $a_n = 3n + 1$, com n ∈ N*.

02. Determine os quatro primeiros termos da sequência finita cujos termos obedecem à lei de formação $a_n = 2^n$, sendo n = {1, 2, 3, 4}.

03. Escreva os oito primeiros termos da sequência, sendo o termo geral expresso por $a_n = 2n - 1$, com n ∈ N*.

04. Considerando $a_n = 3n + n^2$ com n ∈ N*, determine o décimo termo da sequência.

Aula 2: Progressões Aritméticas

Nesta aula, vamos estudar uma sequencia especial: a Progressão Aritmética – PA. As progressões aritméticas podem ser utilizadas para resolver problemas de situações cotidianas onde a sequência numérica é o objeto de estudo, podendo ser utilizados nas finanças, no esporte, na biologia, entre outras situações.

1 – PROGRESSÃO ARITMÉTICA:

Uma progressão aritmética é aquela na qual é somado ou subtraído um mesmo valor, a partir do primeiro elemento, de forma sucessiva. Observe alguns exemplos:

a) (2, 5, 8, 11, ...) → A cada termos é somado 3.

b) (8, 6, 4, 2, 0, – 2, ...) → A cada termo é somado 2.

c) (4, 4, 4, 4, ...) → A cada termo é somado 0.

1.1 – TERMO GERAL DE UMA P.A.:

A progressão aritmética possui como termo geral e soma dos termos as seguintes fórmulas:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

Onde:

- a_n → termo geral ou termo procurado ou último termo.
- a_1 → primeiro termo.
- n → número de termos.
- r → razão, sendo r = $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \cdots$

EXEMPLO 01:

Observe, por exemplo, a sequência: (1, 3, 5, 7, ...). Podemos observar que 3 – 1 = 2, que 5 – 3 = 2 e ainda que 7 –5 = 2.

EXEMPLO 02:

Na sequência (14, 3, – 8, ...) quais são os próximos três termos da sequência?

Resolução:

Uma forma de verificar se a sequência é uma P.A. é confirmar se o segundo termo é igual a média aritmética entre o primeiro e o terceiro, ou seja, $a_2 = \frac{a_1+a_3}{2}$. Assim, $\frac{14+(-8)}{2} = \frac{14-8}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

A razão da P.A. é obtida pela diferença entre dois termos consecutivos.

Então, temos:

$$r = a_2 - a_1 = 3 - 14 = -11$$

Para obter os três próximos termos da P.A., temos:

$$a_4 = -8 - 11 = -19$$

$$a_5 = -19 - 11 = -30$$

$$a_6 = -30 - 11 = -41$$

Não se esqueça que:

$$r = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \cdots$$

1.2 – SOMA DOS TERMOS DA P.A. :

Você sabia que podemos calcular a soma de todos os termos de uma P.A. sem somá-los um a um? Para realizar este calculo, faremos uso da seguinte fórmula:

$$S_n = \frac{(a_{1+} a_n).n}{2}$$

Onde:

- S_n → Soma dos termos das P.A.
- a_n → termo geral ou termo procurado ou último termo.
- a_1 → primeiro termo.
- n → número de termos

O estudo das progressões aritméticas pode ser associado a diversos problemas no nosso dia a dia. Vamos apresentar alguns exemplos a seguir:

EXEMPLO 03:

Um viajante parte a pé para realizar o percurso entre as cidades A e B. No primeiro dia ele anda 20 km. No segundo dia em diante, ele anda 15 km todos os dias. Quantos quilômetros ele terá caminhado ao final do décimo dia?

Resolução :

Inicialmente deve-se identificar o que o problema está nos perguntando!! Vamos analisar as informações disponíveis na questão:

$$a_1 = 20$$

$$r = 15$$

$$n = 10$$

$$a_{10} = ?$$

Aplicando a fórmula do termo geral, temos:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

$$a_{10} = 20 + (10 - 1) . 15$$

$$a_{10} = 155 \text{ km}$$

EXEMPLO 04:

João ao longo de uma semana de trabalho, guardou de segunda a domingo, durante todos os dias, a quantia de R$ 12,00. Qual o total arrecadado ao final do sétimo dia?

Resolução:

Considerando que a cada dia da semana João guardará R$ 12,00, obtemos a seguinte sequência:

Dia	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º
Valor	12,00	24,00	36,00	48,00	60,00	72,00	84,00

Com base na tabela, obtemos:

$$a_1 = 12 \text{ , } a_7 = 84 \text{ e n} = 7$$

Aplicando a fórmula do termo geral, temos:

$$S_n = \frac{(a_{1+} a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_n = \frac{(12+84).7}{2}$$

$$S_n = 336{,}00$$

Atividade 2

01. A eleição para presidência da empresa de material esportivo Hagar & Filhos é realizada de 4 em 4 anos deste a sua fundação no ano de 1967. Quando foi realizada a vigésima eleição para a presidência da empresa?

02. Antônio está colecionando figurinha do Campeonato Brasileiro de Futebol. Ele comprou dois pacotes de figurinhas na segunda-feira. A cada dia da semana ele compra sempre dois pacotes de figurinhas. Qual o total de pacotes de figurinhas que Antônio terá comprado ao final de uma semana?

03. Raquel está fazendo programa de condicionamento físico para participar da Meia Maratona do Rio de Janeiro 2013, cujo percurso é de 21 km. Na semana que antecede a competição ela resolveu intensificar o treinamento, correndo 3 km no domingo; 6 km na segunda; 9 km na terça e assim por diante. Quantos quilômetros ele percorrerá no sábado, dentro desta proposta de treinamento?

04. Maria todos os dias da semana leva dinheiro para a merenda na escola. Na segunda-feira ela leva sempre R$ 2,50. Sabendo que a cada dia ela leva R$ 1,50 que o dia anterior, quanto ela levará na sexta-feira?

Aula 3: Progressões Geométricas

Neste aula, vamos estudar outra sequência especial: a Progressão Geométrica (PG). As progressões, tanto aritmética quanto a geométrica podem ser utilizadas para resolver problemas de situações cotidianas onde a sequência numérica é o objeto de estudo, podendo ser utilizados nas finanças, no esporte, na biologia, entre outras situações.

Uma progressão geométrica é aquela na qual se multiplica ou divide-se um valor a partir do primeiro elemento, sucessivamente.

1 – TERMO GERAL:

Assim, como podemos obter qualquer termo a partir da formula do termo geral da P.A. podemos fazer o mesmo com a progressão geométrica, através da seguinte formula:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Onde:

- a_n → termo geral ou termo procurado ou último termo.
- a_1 → primeiro termo.
- n → número de termos.
- q → razão, sendo q = $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \ldots$

Como exemplo, observe a sequência: (3, 6, 12, 24, ...). Podemos observar que $\frac{6}{3} = 2$, e que $\frac{12}{6} = 2$ e ainda que $\frac{24}{12} = 2$.

Não se esqueça:

q = $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \ldots$

3.3 – SOMA DOS TERMOS DA PROGRESSÃO GEOMETRICA:

Também podemos somar os termos (elementos) de uma PG até o ponto em que quisermos e para que esse trabalho não seja tão cansativo, a fórmula a seguir pode nos ajudar!.

$$S_n = \frac{a_1.(q^n - 1)}{q - 1}$$

Onde:

- S_n → Soma dos termos das P.A.
- a_1 → primeiro termo.
- n → número de termos.
- q → razão, sendo q = $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = ...$

Observe algumas aplicações dessas fórmulas em nosso dia-a-dia:

EXEMPLO 01:

Vários tecidos iguais estão em uma loja de tecidos. Eles deverão ser empilhados respeitando a seguinte ordem: um tecido na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantos quantos já estejam na pilha. Por exemplo:

1ª pilha	2ª pilha	3ª pilha	4ª pilha
Um tecido	Dois tecidos	Três tecidos	Quatro tecidos

Determine a quantidade de tecidos empilhadas na 12ª pilha.

Resolução:

O problema a seguir nos apresenta os seguintes dados:

- a_1= 1
- q = $\frac{4}{1}$= 4
- n = 12
- a_{12}= ?

Então, temos:

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$a_{12} = 1 \cdot 2^{12-1}$

$a_{12} = 1 \cdot 2^{11}$

$a_{12} =$ 2048 tecidos.

EXEMPLO 02:

Sabendo que uma PG tem $a_1 = 4$ e razão $q = 2$, determine a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão.

Resolução:

De acordo com os dados do problema, temos:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{4 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$S_n = 4092$$

Agora, vamos às atividades propostas desta aula, qualquer dúvida retome os exemplos!!

Atividade 3

01. Fiz um depósito no valor de R$ 100,00 no mês de março. No mês de abril, depositei R$ 200,00 e a cada mês fui dobrando o valor do depósito. Qual é o valor do depósito do mês de dezembro do mesmo ano?

02. Maria resolveu investir em caderneta de poupança ao longo do ano. No mês de janeiro, ela investiu R$ 60,00 e, a partir daí, a cada mês, ela ia dobrando o valor do depósito. Qual o total depositado por ela ao final do mês de dezembro do mesmo ano?

03. Determine o oitavo termo da P.G.(5, 10, 20, ...)

04. Determine a soma dos dez primeiros termos da P.G.(1, 3, 9, ...)

Aula 4: Prismas e Cilindros

Caro aluno, no 1° bimestre aprendemos a diferenciar os poliedros dos corpos redondos, você se lembra? Os poliedros são figuras geométricas formadas apenas por poligonos planos e corpos redondos são sólidos geométricos que possuem ao menos uma das faces arredondada, vejam as figuras abaixo!

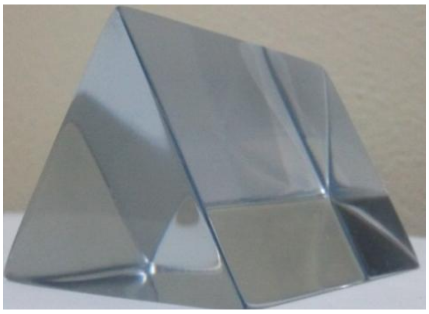


Figura 1

Figura 2

Figura 3

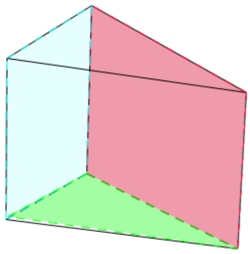
Figura 4

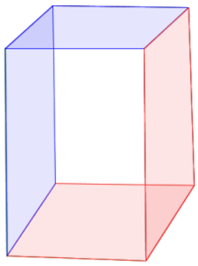
Observe que as figuras I e III são poliedros, e estes podem ser de dois tipos: prismas e pirâmides. A figura 1 é uma pirâmide e a figura 2, um prisma.

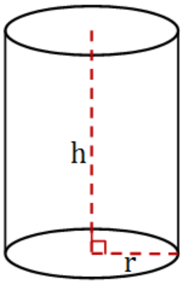
1 – PRISMAS:

Prismas são poliedros convexos que possuem duas faces paralelas e congruentes. Estas faces são conhecidas como base e as demais faces em forma de polígonos, são chamadas faces laterais. Já as figuras II e IV são corpos redondos, pois em suas faces há partes arredondadas.

Observe as figuras abaixo:





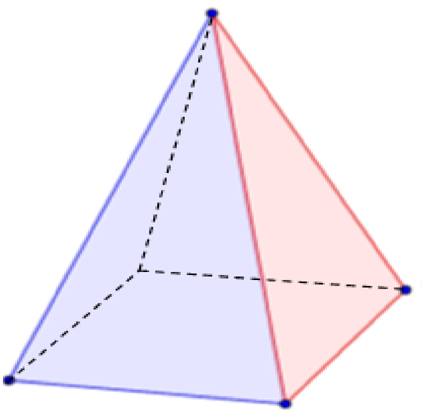


Observe que as quatro figuras apresentadas inicialmente são muito semelhantes as três figuras geométricas espaciais que temos a cima. Lembra que já falamos que as figuras espaciais estão presentes em nosso cotidiano?

Então, comparando as figuras com os sólidos descritos, podemos notar que a pirâmide de vidro – figura 1 se assemelha a ao prisma triangular, o prédio se assemelha ao paralelepípedo – figura 3 e as figuras II e IV, caixa d'água tubular e o latão, respectivamente, se assemelham a um cilindro, que tem por sua característica ter suas bases em formato redondos, os tornando assim um corpo redondo.

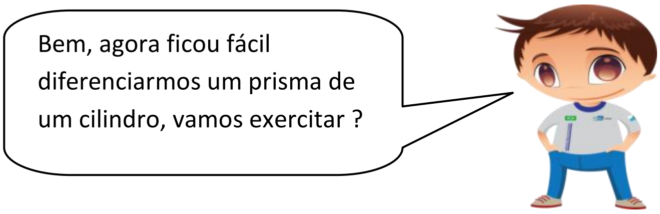
Observe agora esse poliedro. Ele é um prisma ?

Figura 5



Observe que a pirâmide não possui duas bases paralelas e nem congruentes. A pirâmide possuí uma base quadrangular e faces triangulares, diferenciando assim essa pirâmide de um prisma.

Todo prisma é um poliedro, mas nem todo poliedro é um prisma.



Atividade 4

01. Diferencie prisma de poliedro .

____

____

02. Por que o cilindro não é um prisma, mesmo tendo bases paralelas?

____

____

03. Quais são as principais caracteristicas de um prisma?

____

____

04. Todo poliedro é um prisma? Justifique.

____

____

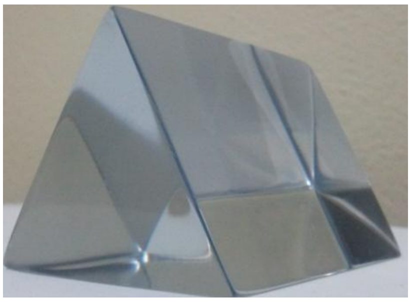
____

Aula 5: Problemas envolvendo o cálculo de áreas

Caro alunos, dando prosseguimento ao nosso estudo, vamos aprender nessa sessão que um prisma pode ter duas áreas bem distintas, a área lateral, que é calculada através de cada face, e a area total, que como o próprio nome já diz, é o somatório de todas as áreas que um prisma possui, vamos lá !

Vocês, com toda certeza já viram essas figuras, em aulas anteriores ou até mesmo em noticiário, jornais ou revista!

Caixa de vidro



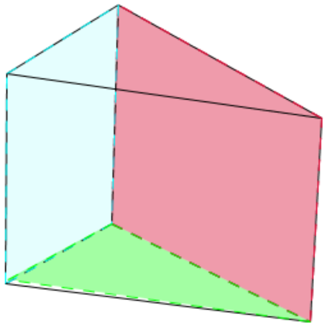


Figura 6

Prédio de um hotel

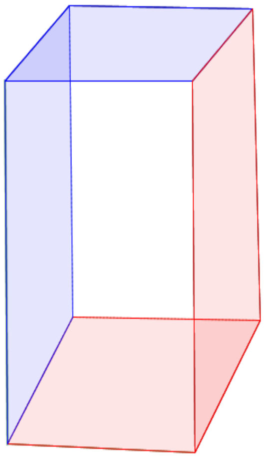
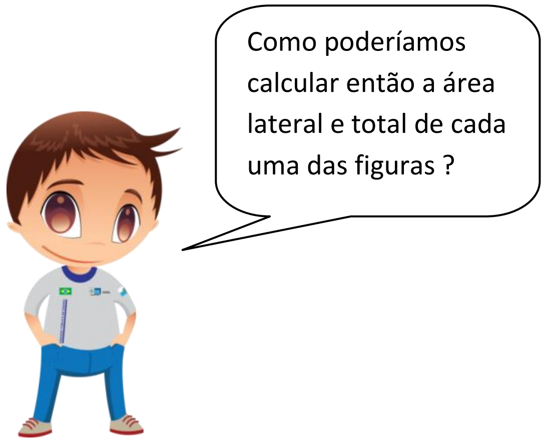
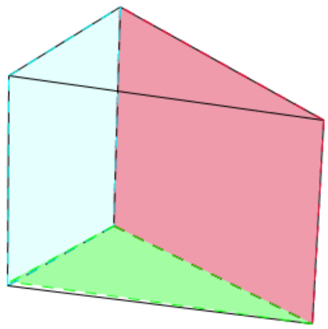


Figura 7

Os sólidos geometricos não estão restritos somente na sala de aula, perceba que por onde andamos vemos a representação de alguns desses sólidos.



1 – ÁREA LATERAL DE UM PRISMA:



A figura ao lado, possui três faces retangulares e duas faces triangulares.

Para calcularmos a área lateral de cada figura, e a área total, teriamos que lembrar alguns conceitos de geometria plana, que são as áreas de figuras planas, nesse caso necessitariamos de saber : **área do triângulo, área do quadrado e área do retângulo.**

Vamos relembrar ?

- área do triângulo equilátero: $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$
- área do retângulo: bxh
- área do triângulo: $\frac{bxh}{2}$

Onde L = lado, B= base, h = altura

Agora que já conhecemos as áreas dos poligonos das faces, vamos calcular a área lateral da figura:

- **Área lateral :** $3\ .\ (b\ .\ h)$

Como vamos calcular a area total deste sólido?

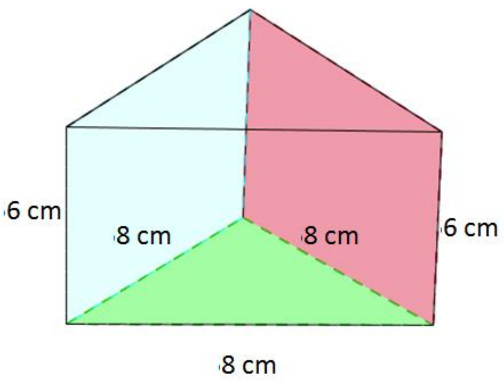
Sabendo que o sólido possui três faces retangulares e duas faces (base) triangulares, temos que fazer o cálculo da face lateral e multiplicar por três, que é equivalente ao número de faces. Por fim, somando as área da base e a area lateral encontraremos a área total, observe:

Área lateral

- **Área Total:** $3 \cdot bxh + 2 \cdot \frac{bxh}{2}$ Área da base

EXEMPLO 01:

Calcular a área lateral e total de prisma de base triangular onde os lados das faces laterais medem 8cm e 6 cm respectivamente, conforme a figura abaixo.



IMPORTANTE:
Como as medidas estavam em cm, ao resolvermos as questões que envolve áreas, nesse caso, utilizamos cm^2 ao final.

Resolução :

Vamos calcular inicialmente a área lateral. Reparem que por ser um prisma de base triangular, há 3 faces laterais retangulares, como só exemplo só solicita o calculo de uma área lateral, basta calcularmos uma única vez $A_l = bxh \rightarrow 8x6 = 48cm^2$

Para o cálculo da área total devemos levar em consideração as duas bases e todas as faces laterais. Reparem que a base do prisma é um triangulo equilátero, então devemos calcular, para a área do prisma, duas vezes a área do triângulo equilátero e mais as três áreas laterais, então temos :

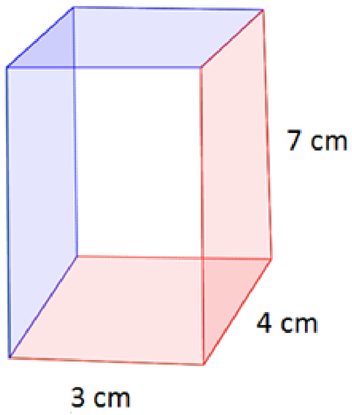
$$\text{Área total} = 2.\frac{l^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot (\text{bxh})$$

$$\text{Área total: } 2.\frac{8^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot (8\text{x}6)$$

$$\text{Área total} = \left(32\sqrt{3} + 144\right)\text{cm}^2$$

EXEMPLO 02:

Calcular a área total de um paralelepipedo de dimensões 3 cm , 4 cm e 7 cm , de comprimento , largura e altura, respectivamente, como na figura abaixo.



Resolução:

Nesse caso, temos 6 faces: duas bases retangulares e quatro laterais, sendo uma frente e outro atrás.

As bases tem dimensões 3 cm e 4 cm; as laterais 4cm e 7cm, e tanto na frente quando na parte de trás, 3 cm e 7 cm. Sendo assim, podemos calcular as áreas separadamente e depois somá–las, daí temos :

Área da base: $2.(\text{bxh}) = 2.3.4 = 24\text{cm}^2$

Area Lateral: $2.(\text{bxh}) = 2.4.7 = 56\text{cm}^2$

Parte da parte frontal e traseira:

$2.(\text{bxh}) = 2.3.7 = 42\text{cm}^2$

Área Total: $24 + 56 + 42 = 122\text{cm}^2$

Vamos observar agora outras figuras:

Congresso Nacional

Figura 8

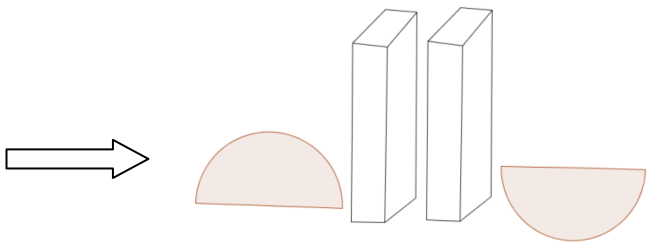


Figura 9

Latão d'agua

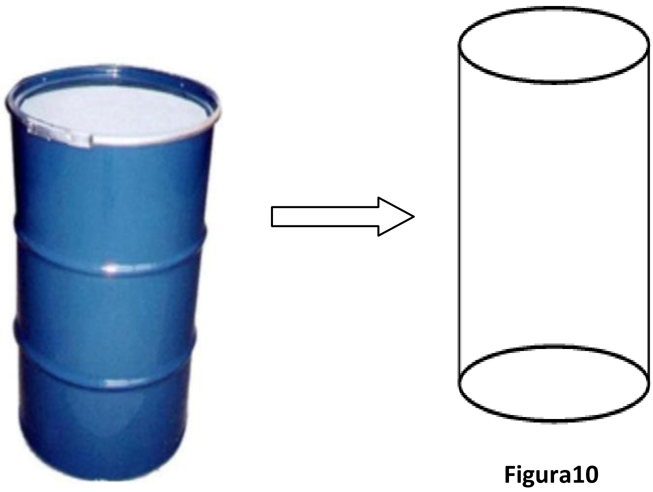


Figura10

Na figura que representa o Congresso Nacional, temos os dois prédios com um formato de um paralelepipedo, e duas cúlpulas que se assemelham a duas semi-circunferência caso quisséssimos calcular a área total dessas figuras geométricas teríamos que calcular as áreas dos primas e dos dois corpos redondos.

IMPORTANTE: Para calcular o cumprimento e a área de uma círculo, utilizamos as fórmulas:

$C = 2 \cdot \pi \cdot r$ e $A = \pi \cdot r^2$

Já na figura que representa o latão d'agua, temos uma figura que se assemelha a um cílindro, vamos observar esse cilindro planificado para que possamos concluir melhor como se dá o cálculo da área lateral e total desse cilindro.

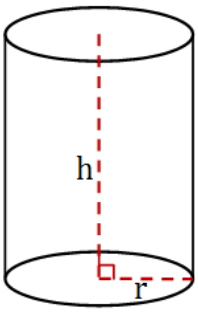


Figura 11

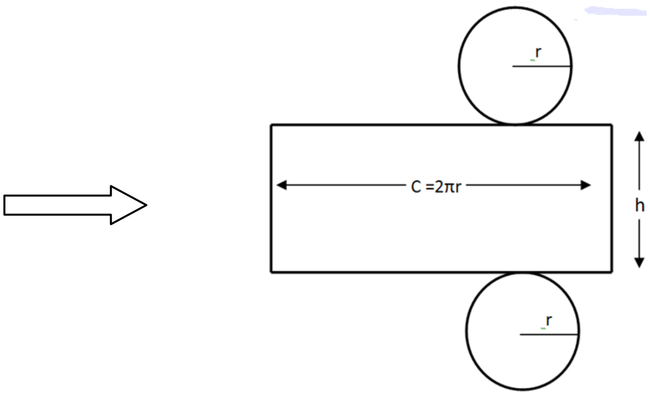


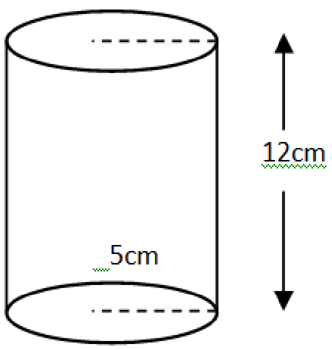
Figura 12

Observando a planificação do cilindro, temos uma melhor visualização das partes que compõem um cilindro. Agora ficou mais fácil resolver os cálculos das areas laterais e area toral do cilindro. Vamos tentar ?

- **Área da base:** área do círculo de raio r $\rightarrow$ $A = \pi \cdot r^2$
- **Área lateral: área do retangulo formado pela planificação do cilindro de Dimensões** $\rightarrow$ $A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$
- **Área total :** A = $A_b + A_l = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r\,(h + r)$

EXEMPLO 03:

Calcular a área lateral e total de um lata em formato cilindrico, com as dimensões indicada na figura.



Resolução:

- **Área lateral:** $2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \rightarrow 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 12 = 120\pi cm^2$
- **Área total :** $2 \cdot \pi \cdot r(h + r) \rightarrow 2 \cdot \pi \cdot 5(12 + 5)$
  $A = 10\pi \cdot 17 = 170cm^2$

OBS: ***Quando desejado, podemos adotar um valor aproximado para π, que é de 3,14.***

Atividade 5

01. Calcule a área total de um cubo cuja a aresta da base mede 6 cm:

02. Dados um prisma triangular regular, com dimensões cuja aresta da base e lateral medem respectivamente 6 cm e 5 m, calcule:

a) A área lateral

b) A área total

03. Um cone cilindro possui 10 cm de altura e 5 cm de raio da base. Qual é a área lateral desse cilindro ?

04. Se dobrássemos o raio do cilindro da questão anterior e diminuíssemos pela metade a altura do mesmo a área lateral teria o mesmo valor? Justifique .

05. Um paralelepípedo retângulo possui dimensões, 10 cm, 5 cm e 12 cm, qual é a área total desse paralelepípedo?

Aula 6: Volume de prismas e cilindros

Caro aluno, vamos prosseguir nossa aula com um tema bem interessante, o cálculo de volumes do prisma e do cilindro. Vamos lá!!

1 – CÁLCULO DO VOLUME DO PRISMA E DO CILINDRO:

Você já reparou que no verão, em especial em cidades como o Rio de Janeiro, onde a temperatura é muito quente, as pessoas enchem suas piscinas para poder tomar banho? Mas, como calcular o volume d' àgua é necessário para encher uma determinada piscina ?

Para obter a resposta desta pergunta, vai depender de qual é o formato da piscina, quais são suas dimensões, qual altura que você deseja que a água alcance. É através dessa questão que introduziremos a nossa aula. Vamos lá, tenho certeza que vocês irão gostar.

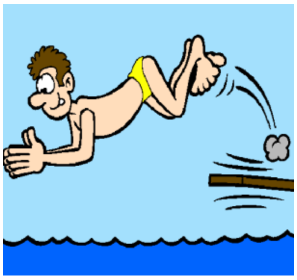


Figura 13

Observe essas duas piscinas :

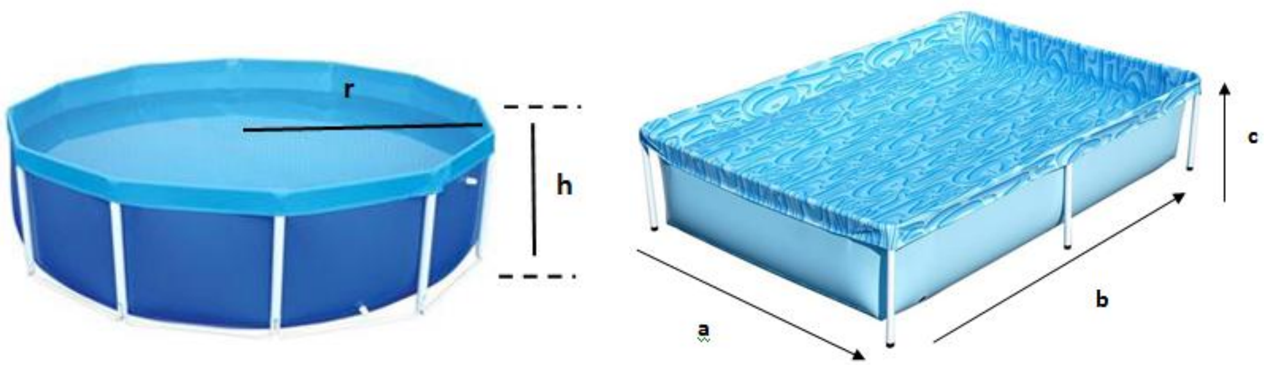


Figura 14

Ao analisarmos essas duas piscinas observe que os formatos são distintos, em uma piscina o formato é circular e no outra o formato da piscina e retângular. Isso faz com que o cálculo do volume de ambas as piscinas sejam feitas de formas distintas. Em ambos os casos o cálculo do volume pode ser calculado pelo produto da área da base pela altura, a diferença nos dois casos são juntamente as bases das figuras, isso dá a distinção do cálculo do volume em ambas as piscinas.

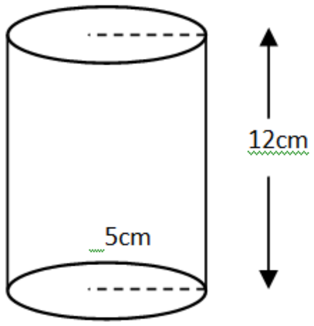
2 – CÁLCULO DO VOLUME DO CILINDRO:

No caso da piscina de base circular, o cálculo do volume é feito da seguinte forma:

Volume: $\pi \cdot r^2 \cdot h$
$A_b \cdot h \rightarrow \pi .\ r^2 \cdot h$ **cm²**

EXEMPLO 01:

Um cilindro com dimensões de 5 cm de raio da base e 12 cm de altura, se estiver ocupado completamente, qual o volume em cm^3 esse cilidro pode conter?



Resolução:

Como se trata de recipiente onde a base circular utilizamos:

Volume: $A_b \cdot h \rightarrow \pi \cdot r^2 \cdot h$

$$\pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 25\pi \cdot 12 = 300\pi cm^3$$

3 – CÁLCULO DO VOLUME DO PRISMA RETANGULAR:

Agora, vamos pensar na segunda piscina, onde o formato é retangular, o cálculo é bem mais simples:

Volume = $a \cdot b \cdot c$ cm^3

No caso do calculo de volumes, o resultado será dado em cm^3, pois estamos considerando que as medidas estarão em cm, caso estejam em metros, por exemplo, teremos m^3, ou seja, o resultado vai depender da unidade de medida na qual estamos utilizando.

EXEMPLO 02:

Uma piscina, como da figura abaixo tem as seguintes dimensões: 20m, 12m e 10m. Sabendo que ela está com a metade da capacidade máxima, calcule esse volume:

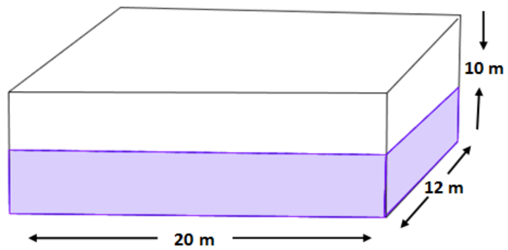


Figura 15

Resolução:

Já aprendemos que o volume é calculado através da formula: V = $a \cdot b \cdot c$. Então, aplicando os valores apresentados no exemplo, temos: $V = 20 \cdot 12 \cdot 10$, ou seja, V = $2400 \quad cm^3$. Como o enunciado cita a metade da capacidade do volume, devemos dividir o resultado por 2, daí temos:

$$\textbf{Volume: } \frac{2400}{2} cm^3 \rightarrow 1200 cm^3$$

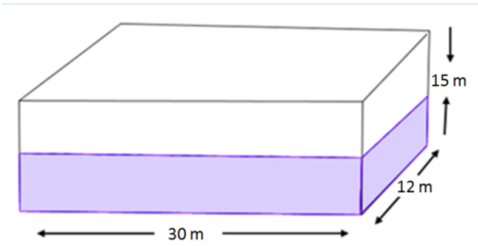
Atividade 6

01. Um prisma de base triangular regular possui 4 cm de aresta da base e 10 cm de aresta lateral, adote $\sqrt{3} \cong 1{,}7$. Calcule o volume desse prisma:

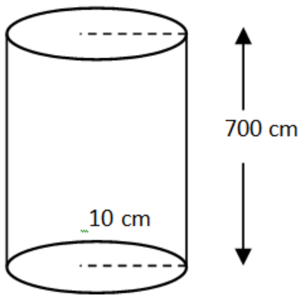
02. Um copo d'água de formato cilíndrico tem 10 dm de raio da base e 20 dm de altura, qual o volume d'água, em litros, que esse copo comporta :

DICA: 1 dm^3 = 1 litro e Adote $\pi = 3{,}14$

03. Uma piscina em formato de um prisma retangular tem suas dimensões descritas como a figura baixo. Se a piscina possuir, em sua altura, somente metade dela preenchida por água, qual o volume ocupado ?



04. Seja o cilindro abaixo, calcule qual será o seu volume quando estiver preenchido 70% da capacidade total:



05. Um cilindro tem de volume de $450\pi cm^3$, sabendo que o diamentro da base é igual 30 cm, calcule a altura desse cilindro.

Avaliação

Caro aluno, chegou a hora de avaliar tudo que nós estudamos nas aulas anteriores. Leia atentamente cada uma das questões e faça os cálculos necessários Vamos lá, vamos tentar?

01. Seja a sequência (3, 6, 9, ...) qual é o 40ª termo da sequência?

(A) 120

(B) 150

(C) 212

(D) 123

(E) 210

02. Seja a sequência (3, 6, 12, ...) qual é o 10ª termo da sequência?

(A)30

(B)1536

(C)3072

(D)2048

(E)3000

03. Uma pessoa empresta R$ 3.000,00 reais a modalidade de juros simples, com uma taxa de 2% ao mês, durante 12 meses, quanto essa pessoa recebeu de juros ?

(A)3.720,00

(B) 720,00

(C) 2.280,00

(D)7.200,00

(E) 800,00

04. Uma caixa em formato retangular tem dimensões, 8 cm , 10 cm e 5 cm, calcule a área total dessa caixa.

(A)170

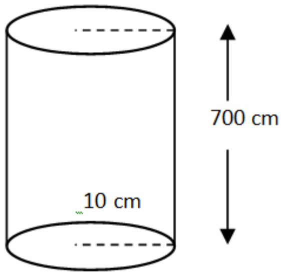
(B)300

(C)340

(D)360

(E)320

05. Seja o cilindro abaixo, calcule qual será o seu volume quando estiver preenchido 15% da capacidade total.



(A)7000

(B)1050

(C)1000

(D)1200

(E)700

06. Um prisma de base triangular regular possui 3 cm de raio e 8 cm de altura, calcule o volume desse prisma.

(A) $9\sqrt{3}cm^3$

(B) $12\sqrt{3}cm^3$

(C) $10\sqrt{3}cm^3$

(D) $18\sqrt{3}cm^3$

(E) $8\sqrt{3}cm^3$

Pesquisa

Caro aluno, agora que já estudamos os principais assuntos relativos ao 2° bimestre, é hora de discutir um pouco sobre a importância deles na nossa vida. Então, vamos lá?

Iniciamos este estudo, apresentando as sequências (PA e PG) e posteriormente falando sobre prismas e cilindros, áreas e volumes. Leia atentamente as questões a seguir e através de uma pesquisa responda cada uma delas de forma clara e objetiva.

ATENÇÃO: Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites nos quais foram utilizados.

I – Apresente alguns exemplos de situações reais nas quais podemos encontrar aplicações de sequências, seja ela Aritmética ou Geométrica.

____

____

____

____

____

II – Procure em jornais, revistas ou internet exemplos de figuras que se assemelhem a prismas e cilindros.

____

____

____

____

____

____

Referências

[1] BARBOSA, João Lucas Marques. Geometria Euclidiana Plana. 10ª edição. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[2] DOLCE, Oswaldo; POMPEU, José Nicolau. Fundamentos da Matemática Elementar, 9: Geometria Plana. 8ª edição. São Paulo: Atual, 2005.

[3] FACCHINI, Walter. Matemática para a Escola de Hoje. São Paulo: FTD,2006.

[4] IEZZI, G; [et al]: Matemática: Ciência e aplicação, 2:ensino médio; 6ª. Ed-São Paulo: Saraiva, 2010

[5] MELLO, J. L.P:Matemática, Volume único: Construções e seu significado; 1ª ed- São Paulo: Moderna, 2005

[6] PANADES, R. A. Matemática e suas tecnologias : ensino médio: São Paulo: IBEP, 2005.

[7] Ministério da Educação e Cultura, disponível em: http://www.mec.gov.br.

[8] Olimpíada Brasileira de Matemática, disponível em: http://www.obm.org.br.

Fonte das Imagens

[1] Figura 1:http://ciencia.hsw.uol.com.br/piramide.htm

[2] Figura 2 :http://www.fazforte.com.br/caixa-dagua-tubolar.php

[3] Figura 3:

https://salvador.securebraslink.com/opcotours/hoteis/windsoratlantica.htm

[4] Figura 4: http://cambara.olx.com.br/tabor-de-200-litros-usado-lata-de-oleo-18-litro-usada-e-galao-de-20-litor-iid-404574250

[6] Fonte 5:http://www.infoescola.com/historia/piramides-do-egito/

[7] Figura 8: http://www2.planalto.gov.br/

[8] Figura 13: http://galeria.colorir.com/desportos/jogos-olimpicos/salto-de-trampolim-pintado-por-a-piscina-funda-150889.html

[9] Figura 14: http://www.extra.com.br/EsporteLazer/PraiaPiscina/Piscinas/Mor-Piscina-Mor-1008-5500-L-22253.html

Equipe de Elaboração

COORDENADORES DO PROJETO

Diretoria de Articulação Curricular
Adriana Tavares Mauricio Lessa

Coordenação de Áreas do Conhecimento
Bianca Neuberger Leda
Raquel Costa da Silva Nascimento
Fabiano Farias de Souza
Peterson Soares da Silva
Ivete Silva de Oliveira
Marília Silva

COORDENADORA DA EQUIPE
Raquel Costa da Silva Nascimento
Assistente Técnico de Matemática

PROFESSORES ELABORADORES
Ângelo Veiga Torres
Daniel Portinha Alves
Fabiana Marques Muniz
Herivelto Nunes Paiva
Izabela de Fátima Bellini Neves
Jayme Barbosa Ribeiro
Jonas da Conceição Ricardo
Reginaldo Vandré Menezes da Mota
Tarliz Liao
Vinícius do Nascimento Silva Mano
Weverton Magno Ferreira de Castro