Matemática

Aluno

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada – 04

2° Série | 4° Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Série
Matemática	**Ensino Médio**	**4°**	**2°**
Habilidades Associadas			
1. Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações problemas para a linguagem matemática.			
2. Resolver problemas utilizando sistemas lineares.			
3. Classificação do sistema linear.			
4. Compreender a definição de superfície esférica e de esfera.			

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SOMANDO FORÇAS
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

Apresentação

A Secretaria de Estado de Educação elaborou o presente material com o intuito de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas de pesquisa, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e respectivos tutores – docentes preparados para incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A proposta de desenvolver atividades pedagógicas de aprendizagem autorregulada é mais uma estratégia pedagógica para se contribuir para a formação de cidadãos do século XXI, capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas. Assim, estimula-se a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios da contemporaneidade, na vida pessoal e profissional.

Estas atividades pedagógicas autorreguladas propiciam aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências nucleares previstas no currículo mínimo, por meio de atividades roteirizadas. Nesse contexto, o tutor será visto enquanto um mediador, um auxiliar. A aprendizagem é efetivada na medida em que cada aluno autorregula sua aprendizagem.

Destarte, as atividades pedagógicas pautadas no princípio da autorregulação objetivam, também, equipar os alunos, ajudá-los a desenvolver o seu conjunto de ferramentas mentais, ajudando-o a tomar consciência dos processos e procedimentos de aprendizagem que ele pode colocar em prática.

Ao desenvolver as suas capacidades de auto-observação e autoanálise, ele passa ater maior domínio daquilo que faz. Desse modo, partindo do que o aluno já domina, será possível contribuir para o desenvolvimento de suas potencialidades originais e, assim, dominar plenamente todas as ferramentas da autorregulação.

Por meio desse processo de aprendizagem pautada no princípio da autorregulação, contribui-se para o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para o aprender-a-aprender, o aprender-a-conhecer, o aprender-a-fazer, o aprender-a-conviver e o aprender-a-ser.

A elaboração destas atividades foi conduzida pela Diretoria de Articulação Curricular, da Superintendência Pedagógica desta SEEDUC, em conjunto com uma equipe de professores da rede estadual. Este documento encontra-se disponível em nosso sitewww.conexaoprofessor.rj.gov.br, a fim de que os professores de nossa rede também possam utilizá-lo como contribuição e complementação às suas aulas.

Estamos à disposição através do e-mail curriculominimo@educacao.rj.gov.br para quaisquer esclarecimentos necessários e críticas construtivas que contribuam com a elaboração deste material.

Secretaria de Estado de Educação

Caro Aluno,

Neste documento você encontrará atividades relacionadas diretamente a algumas habilidades e competências do 4° Bimestre do Currículo Mínimo. Você encontrará atividades para serem trabalhadas durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, Aluno, desenvolva estes Planos de Curso na ausência do Professor da Disciplina por qualquer eventual razão. Essas atividades foram elaboradas a partir da seleção das habilidades que consideramos essenciais em cada ano/série da 2° Série do Ensino Médio no 4° Bimestre.

Este documento é composto de um texto base motivador para você compreender as principais ideias relacionadas a estas habilidades. Leia o texto e, em seguida, resolva as Ficha de Atividades. Essas fichas devem ser aplicadas para cada dia de aula, ou seja, para cada duas horas-aula. Para encerrar as atividades referentes a cada bimestre, ao final é sugerida uma pesquisa sobre o assunto.

Para cada Caderno de aula, vamos fazer relações direta com todos os materiais que estão disponibilizados em nosso site Conexão Professor, fornecendo desta forma diversos materiais de apoio pedagógico para que o Professor aplicador possa repassar para a sua turma.

Neste Caderno, você vai estudar um pouco sobre sistemas lineares como modelos matemáticas através de situação problemas, resolver problemas utilizado sistemas, bem como classificar sistema linear e compreender a definição de superfície esférica e de esfera.

Este documento apresenta 4 (quatro) aulas. As aulas são compostas por uma explicação base, para que você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas às habilidades e competências principais do bimestre em questão, e atividades respectivas. Leia o texto e, em seguida, resolva as Atividades propostas. As Atividades são referentes a um tempo de aula. Para reforçar a aprendizagem, propõe-se, ainda, uma avaliação e uma pesquisa sobre o assunto.

Um abraço e bom trabalho!

Equipe de Elaboração.

Sumário

Aula 1: Identificando sistemas.

Caro aluno, nesta aula você terá contato com os sistemas lineares e irá aprender a identificá-los como modelos matemáticos que traduzem situações problemas para a linguagem matemática.

Você sabe o que é um sistema de linear?

Então, vamos a aula!

1.1– SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES:

Um sistema de equações lineares ou um sistema linear é um conjunto constituído por duas ou mais equações lineares.

Você sabia...

Que equação linear é toda equação escrita na forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b,$$

Onde:

$a_1, a_2, \ldots, a_n$ *são os coeficientes*;
$x_1, x_2, \ldots, x_n$ *são as incógnitas*; e b é o termo independente.

Assim, generalizando, o sistema linear pode ser representado por:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_n \end{cases}$$

Onde:

- $x_1,\ x_2, \dots, x_n$são as incógnitas.
- $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$são os coeficientes reais
- $\mathrm{b}_1, \mathrm{b}_2, \dots, \mathrm{b}_\mathrm{n}$são os termos independentes

Para que você possa visualizar melhor, observe esses exemplos de sistemas abaixo:

i. $\begin{cases} x+y+z = 1 \\ 2x+2y-2z = 2 \\ -2x-y-z = -2 \end{cases}$ ii. $\begin{cases} x+y = 0 \\ 2x-y = 1 \end{cases}$

No primeiro caso, temos um sistema de 3 incógnitas e três equações, ele é chamado de um sistema 3 x 3 (três por três). Já no segundo caso, temos um sistema de duas incógnitas e duas equações, este é chamado 2 x 2 (dois por dois).

O sistema linear pode representar um modelo matemático que traduz uma situação cotidiana para a linguagem matemática. Vamos estudar algumas situações:

EXEMPLO 01:

No aniversário de Alice, a sua mãe Natalia notou que se colocasse 3 cadeiras em cada mesa, sobrariam 14 das cadeiras disponíveis, mas se colocasse 4 em cada, faltariam 8 cadeiras para preencher todos os lugares. Construa o modelo matemático que traduza o problema proposto.

Figura 1

Resolução:

Inicialmente, vamos identificar as incógnitas do problema.

Neste caso, temos os seguintes valores desconhecidos:

x = número de mesas.

y = número de cadeiras.

Observe que por se tratar de mesas e cadeiras, x e y deverão ser valores inteiros. Escrevendo as equações temos:

Para a 1ª equação, colocando 3 cadeiras em cada mesa sobrariam 14 das cadeiras disponíveis, temos: y = 3x + 14. Organizando os termos com incógnitas no primeiro membro e os demais no segundo membro, temos: -3x + y = 14.

Para a 2ª equação, colocando 4 cadeias em cada mesa faltariam 8 cadeiras para preencher todos os lugares, temos: 4x = y + 8. Escrevendo os termos com incógnitas no primeiro membro e os demais no segundo membro, temos: 4x – y = 8.

Logo, o sistema que expressa a situação proposta é: $\begin{cases} -3x + y = 14 \\ 4x - y = 8 \end{cases}$

EXEMPLO 2:

Num aquário há 8 peixes, entre pequenos e grandes. Se os pequenos fossem mais um, seria o dobro dos grandes.

Figura 2

Escreva o sistema linear que representa o problema proposto acima.

Resolução:

Vamos inicialmente, identificar as incógnitas.

x = peixe pequeno.

y = peixe grande.

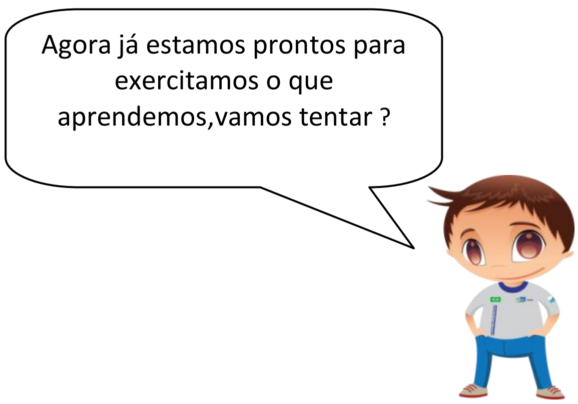
Em seguida, vamos fazer a tradução do enunciado da linguagem corrente para a linguagem matemática.

Assim, temos:

Num aquário há 8 peixes, entre pequenos e grandes → $x + y = 8$.

Se os pequenos fossem mais um, seria o dobro dos grandes → $x + 1 = 2y$ → $x - 2y = -1$.

Logo, o sistema que representa a situação proposta é: $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$



Atividade 1

01. Um estudante estava resolvendo uma prova de matemática constituída de 20 questões. Para evitar que o estudante apenas chutasse uma alternativa sem efetivamente ler e tentar resolver a questão, criou-se um sistema de pontuação no qual o candidato ganha 5 pontos por resposta correta, mas perde 2 pontos por resposta incorreta e, dentro deste sistema ele totalizou 58 pontos? Escreva o sistema linear que represente o problema proposto.

02. Numa discoteca, o preço da entrada estava indicado na bilheteria:

Homem = R$ 30,00

Mulher = R$ 25,00

Sabe-se que foram vendidos, no total, 100 ingressos e que o valor arrecadado com a venda dos ingressos foi de R$ 2 700,00. Escreva o sistema linear que represente a situação proposta.

03. A população da cidade de São Gonçalo é três vezes maior que a população da cidade de Tanguá. Somando a população das duas cidades temos o total de 200.000 habitantes. Qual é o modelo matemático que traduz a situação proposta?

04. João usou apenas notas de R$ 20,00 e de R$ 5,00 para fazer um pagamento de R$ 140,00. Qual é o modelo matemático que traduz a situação a proposta, sabendo que foram utilizadas 10 notas no total?

Aula 2: Problemas envolvendo sistemas lineares

Nesta aula, iremos dar prosseguimento ao estudo de sistemas lineares. Na aula anterior, aprendemos a traduzir uma situação cotidiana para a linguagem matemática, construindo um modelo matemático através da representação de sistema linear.

Agora, o objetivo desta aula é dar continuidade ao assunto, onde os modelos matemáticos serão resolvidos através da resolução desses sistemas lineares.

2.1 – REGRA DE CRAMER:

Um dos métodos mais simples para a resolução de sistemas lineares é a resolução através da regra de Cramer*.

* GabrielCramer, matemático suíço, (1704 – 1752), sistematizou um procedimento que permite resolver um sistema linear por meio de resolução de determinantes.

Vamos explicar de forma bem simples como resolver um sistema 2x2 pelo método de cramer. Observe o sistema abaixo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$$

A solução do sistema será dada por :

$$x = \frac{D_x}{D} \quad e \quad y = \frac{D_y}{D},$$

Mas quem é D, Dx e Dy? Acompanhe os cálculos abaixo:

- D = Determinante da Matriz dos coeficientes = DET $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

  Ou seja, det D = [1 x (-1)] – [1 x 3] = – 1– (3) → det D = – 4
- $Dx = \begin{bmatrix} 20 & 1 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow$ det Dx = (20x (-1)) – (1 x (8)) = -20 – (8) →det Dx = - 28.
- $Dy = \begin{bmatrix} 1 & 20 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow$ det Dy = (1 x(8)) – (20x 3) = 8 – 60 →det Dy = - 52.

Logo, teremos como solução do sistema:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-28}{-4} = 7$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-52}{-4} = 13$$

Com base na informação dada, vamos resolver algumas aplicações já desenvolvidas anteriormente.

EXEMPLOS 01:

No aniversário de Alice, a sua mãe Natalia notou que se colocasse 3 cadeiras em cada mesa sobrariam 14 das cadeiras disponíveis, mas se colocasse 4 em cada faltariam 8 cadeiras para preencher todos os lugares. Qual é a quantidade de mesa e cadeiras disponíveis?

Figura 1

Resolução:

Considerando que o sistema que representa a questão é dada por $\begin{cases} -3x + y = 14 \\ 4x - y = 8 \end{cases}$, *iremos escrever a matriz incompleta deste sistema e calcular o seu determinante.*

Assim, temos:

$D = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ *→ det D = ((-3) x (-1)) – (1 x 4) = 3 – (4) → det D = -1*

Em seguida iremos calcular o determinante Dx que troca a coluna da incógnita x e o determinante Dy, onde as colunas x e y serão respectivamente trocadas pelos termos independentes.

$Dx = \begin{bmatrix} 14 & 1 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$ *→ det Dx = (14 x (-1)) – (–1 x 4) = -14 – (8) →det Dx = - 22.*

$Dy = \begin{bmatrix} -3 & 14 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ *→det Dy = (-3 x 8) – (14 x 4) = -24 – (56) →det Dy = - 80.*

Logo, para o número de mesas, temos, $x = \frac{D_x}{D} = \frac{-22}{-1} = 22\ mesas$; *e para o número de cadeiras, temos, ,* $y = \frac{D_y}{D} = \frac{-80}{-1} = 80\ cadeiras$.

Assim, a solução do sistema é o par (22; 80).

EXEMPLO 2:

Num aquário há 8 peixes, entre pequenos e grandes. Se os pequenos fossem mais um, seria o dobro dos grandes.

Figura 2

Determine o número de peixes pequenos e grandes do aquário.

Resolução:

Considerando que o sistema que representa a questão é dada por $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$, *iremos escrever a matriz incompleta deste sistema e calcular o seu determinante.*

Assim, temos:

$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ →*det D = (1 x (-2)) – (1 x 1) = -2 – (1) →det D = -3*

Em seguida iremos calcular o determinante Dx que troca a coluna da incógnita x e o determinante Dy, onde as colunas x e y serão respectivamente trocadas pelos termos independentes.

$Dx = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ → *det Dx = (8 x (-2)) – (1 x (-1)) = -16 – (-1) →det Dx = - 15.*

$Dy = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ → *det Dy = (1 x (-1)) – (8 x 1) = -1 – (8) →det Dy = - 9.*

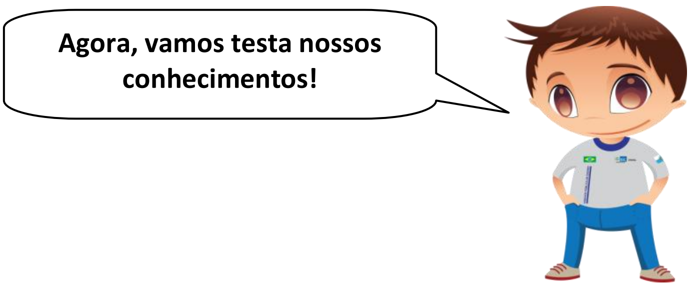
Logo, para o número de peixes grandes, temos:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-15}{-3} = 5 \; peixes \; grandes;$$

E, para o número de peixes pequenos, temos:

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-9}{-3} = 3 \; peixes \; pequenos.$$

Assim, a solução do sistema é o par (5; 3)



Atividade 2

01. Um estudante estava resolvendo uma prova de matemática constituída de 20 questões. Para evitar que o estudante apenas chutasse uma alternativa sem efetivamente ler e tentar resolver a questão, criou-se um sistema de pontuação no qual o candidato ganha 5 pontos por resposta correta, mas perde 2 pontos por resposta incorreta e dentro deste sistema ele totalizou 58 pontos. Determine o número de acertos e de erros do estudante.

02. Numa discoteca, o preço da entrada estava indicado na bilheteria:

Homem = R$ 30,00

Mulher = R$ 25,00

Sabe-se que foram vendidos, no total, 100 ingressos e que o valor arrecadado com a venda dos ingressos foi de R$ 2 700,00. Qual é o número de homens e de mulheres que compraram ingressos para a discoteca?

03. A população da cidade de São Gonçalo é três vezes maior que a população da cidade de Tanguá. Somando a população das duas cidades temos o total de 200.000 habitantes. Qual é a população de cada cidade?

04. João usou apenas notas de R$ 20,00 e de R$ 5,00 para fazer um pagamento de R$ 140,00. Sabendo que foram utilizadas um total de 10 notas, qual é o número de notas de R$ 5,00 e R$ 20,00 para que fosse feito o pagamento?

Aula 3: Classificação de um sistema linear

Caros alunos, nesta aula daremos continuidade aos nossos estudos sobre sistema linear. Dentro desta proposta iremos classificar os diferentes tipos de sistemas lineares.

3.1 – CLASSIFICAÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR:

Um sistema linear pode ser classificado de acordo com o número de soluções que ele possui.

Dessa maneira, se um sistema linear apresentar pelo menos uma solução, dizemos que é um sistema **possível**. Caso esse sistema tenha uma única solução ele será **determinado**, mas se o sistema tiver mais de uma solução, dizemos que ele é **indeterminado**. Entretanto, se o sistema não possui solução alguma, dizemos que ele é **impossível.**

Simbolicamente, utilizamos as seguintes siglas:

- **SPD – Sistema Possível Determinado**
- **SPI – Sistema Possível Indeterminado**
- **SI – Sistema Impossível**

Mas, como é possível verificar o número de solução de um sistema?

Vamos considerar um sistema de duas equações nas incógnitas x e y. Utilizando a regra de Cramer, a solução será dada por: $x = \frac{D_x}{D}$ e $y = \frac{D_y}{D}$.

Assim, temos, as seguintes condições para classificação do sistema linear:

(a) Se D ≠ 0, o sistema é possível e determinado (SPD)

(b) Se D = 0 e Dx = 0, Dy = 0, o sistema é possível e indeterminado (SPI)

(c) Se D = 0 e ao menos um dentre os derterminantes Dx , Dy for diferente de zero, o sistema será impossível (SI).

Vejamos algumas aplicações:

EXEMPLO 1:

Classifique o sistema: $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

Resolução:

Inicialmente é necessário calcular o determinante D.

Assim, temos: $D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow$ *det D = (1 x (-2)) – (1 x 1) = -2 – (1) →det D = -3*

Como o valor do determinante D ≠ 0, não há necessidade de calcular Dx e Dy, pois com o resultado obtido é possível afirmar que o sistema é possível e determinado (SPD).

EXEMPLO 2:

Classifique o sistema linear: $\begin{cases} 2x - y = 6 \\ -4x + 2y = 8 \end{cases}$

Resolução:

Inicialmente é necessário calcular o determinante D.

Assim, temos:

$D = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ *→det D = (2 x 2) – (-1 x (-4)) = 4 – 4→det D = 0*

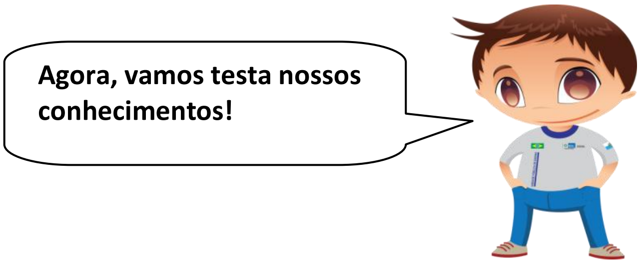
Como o valor do determinante D = 0, há necessidade de calcular Dx e Dy, pois com o resultado obtido não é possível afirmar que o sistema é possível e determinado (SPD).

Calculando Dx e Dy é possível verificar se o sistema é possível e determinado (SPD) ou impossível (SI).

Vejamos:

$Dx = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$ *→det Dx = (6 x 2) – (8 x (-1)) = 12 + 8 → det Dx = 20.*

Como Dx = 20, não há necessidade de calcular determinante de Dy, pois pelo resultado obtido é possível afirmar que o sistema é indeterminado (SI).



Atividade 3

01. Resolva o sistema se possível e classifique-o: $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases}$.

02. O sistema $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -3x + 6y = -15 \end{cases}$

(A) É possível e determinado.

(B) É possível e indeterminado.

(C) É impossível.

(D) Tem determinante principal diferente de zero.

(E) É impossível e determinado.

03. Dado o sistema $\begin{cases} -3x + y = 14 \\ 4x - y = 8 \end{cases}$, calcule suas soluções caso existam:

04. O sistema $\begin{cases} ax + 3y = 2 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ é possível e determinado:

(A) Para qualquer valor de a.

(B) Somente para a = 0.

(C) Se a ≠0.

(D) Se a ≠ -6.

Aula 4: Compreendendo Superfície Esférica

Olá pessoal, nesta aula vamos falar sobre as superfícies esféricas, mas o que é uma superfície esférica? Definimos como superfície esférica o lugar geométrico dos pontos do espaço que estão à mesma distância de um certo ponto - o centro, e o sólido limitado pela superfície esférica chamamos de esfera.

Dentro desta proposta iremos buscar a compreensão da definição de superfície esférica e esfera.

Veja as figura a seguir:

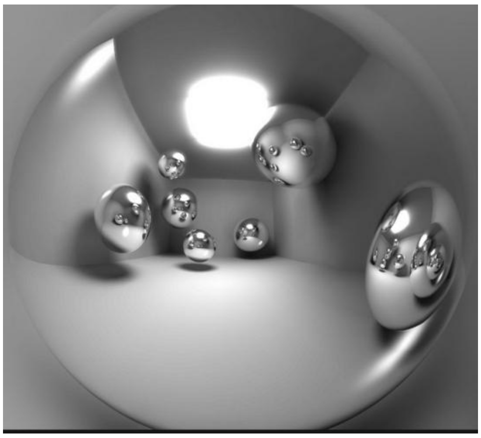


Figura 3

Figura 4

Observando as figuras acima, você é capaz de identificar o que venha a ser superfície esférica e o que venha a ser esfera?

Então vamos pensar numa laranja?

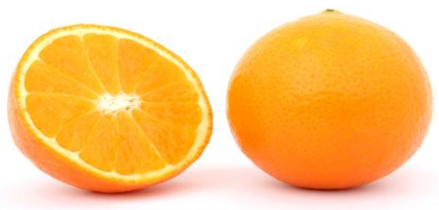


Figura 5

Tomando como base a laranja, podemos grosseiramente dizer que a superfície esférica é a parte envolta pela casca da laranja e a esfera é a parte envolta pela casca da laranja e o miolo.

Assim, podemos denominar superfície esférica de centro O e raio **R** ao conjunto de pontos **P** do espaço que mantém uma distância constante (R = raio) do centro O, isto é d (P,O) = R, conforme mostra a figura abaixo.

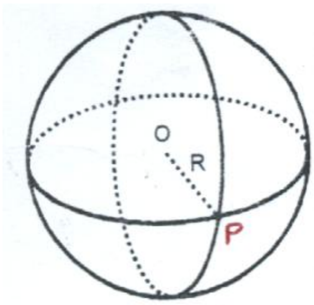


Figura 6

E podemos denominar esfera de centro O e raio R os conjuntos do ponto P do espaço tais que d (P,o) ≤ R.

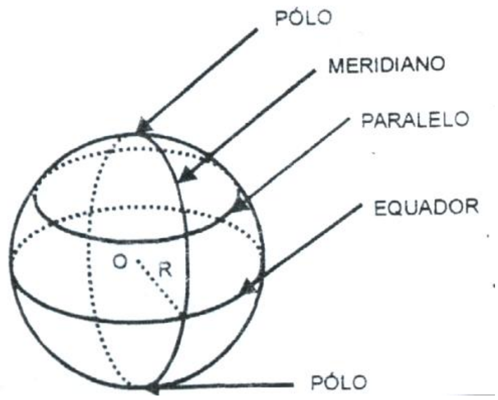


Figura 7

Com base no exposto acima, é possível afirma que é possível determinar a área de uma superfície esférica, mas não o volume e que é possível determinar o volume de uma esfera, mas não a área.

Atividade 4

01. Diferencie esfera de superfície esférica .

____

____

____

____

02. Dê exemplos de esfera que você observa no seu dia a dia.

____

____

____

____

03. Dê exemplos de superfície esférica que você observa no seu dia a dia.

____

____

____

____

04. Podemos definir a esfera como um sólido de revolução? Justifique a sua resposta.

____

____

____

____

____

Aula 5: Volume de uma esfera

Caros alunos, assim como em outra figura espacial, podemos calcular o volume de uma superfície esférica. A forma do volume de um esfera pode ser demonstrada pela secção de um cilindro, porém não é a nossa intenção nos prendermos a essa demonstração.

O cálculo do volume de uma esfera é bem simples, vamos conferir?

5.1 – CÁLCULO DO VOLUME DE UMA ESFERA:

O volume de uma esfera é calculado pela fórmula: **Volume:** $\frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$

Vejamos algumas aplicações:

EXEMPLO 1:

Uma esfera possui 16 cm de diâmetro, calcule o volume que essa esfera pode comportar no máximo**.**

Resolução:

Como diâmetro $d = 2r$*, temos que* $r = \frac{d}{2} \rightarrow r = \frac{16}{2} \rightarrow 8\ cm$*, daí temos :*

Aplicando o raio na fórmula do volume temos :

$$Volume: \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot 8^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot 512\pi}{3}$$

$$V = \frac{2048\pi}{3} cm^3$$

EXEMPLO 2:

Uma esfera possui 36 π cm^3 de volume, qual é o diâmetro dessa esfera?

Resolução:

Em primeiro lugar devemos lembrar que o volume da esfera é dado por $\frac{4\cdot\pi\cdot r^3}{3}$*, sendo assim teremos a seguinte igualdade:*

$$\frac{4\cdot\pi\cdot r^3}{3} = 36\,\pi$$

A partir dessa igualdade iremos efetuar as operações necessárias para descobrimos o raio e consequentemente o diâmetro da figura.

$$4\cdot\pi\cdot r^3 = 3\cdot 36\pi$$
$$4\cdot\pi\cdot r^3 = 108\pi$$
$$r^3 = \frac{108\cancel{\pi}}{4\cancel{\pi}}$$
$$r^3 = 27$$
$$r = \sqrt[3]{27}$$
$$r = 9, logo\ d = 18$$

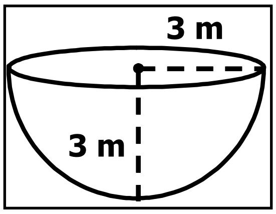
O cálculo do volume de uma esfera, não é algo complicado, como exemplificado, basta ter atenção nas informações e no que se é pedido, fazendo isso conseguiremos atingir o proposto em cada atividade.

Atividade 5

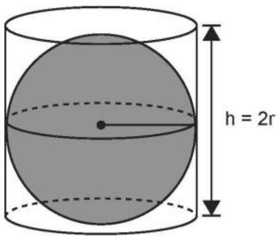
01. Calcule o volume de uma esfera cujo raio mede 10 cm.

02. Duas esferas de chumbo uma de 3 cm e outra de 6 cm de raio fundem-se e formam outra esfera. Calcule o raio dessa nova esfera.

03. A figura abaixo mostra uma semicircunferência, qual é o volume que ela comporta ?



04. A figura baixo mostra uma esfera dentro de um cilindro , sabendo que o raio dessa esfera é de 4 cm, calcule o seu volume dessa esfera.(Adote $\pi = 3{,}0$)

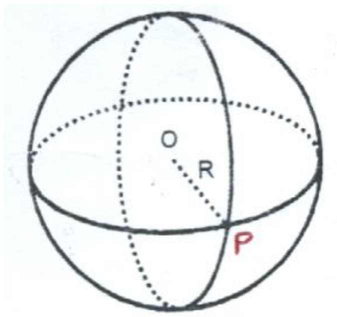


Aula 6: Área de uma esfera

Caros alunos, vocês já repararam que é muito comum calcularmos áreas de figuras planas, como um quadrado, um triângulo ou um trapésio? Desde pequenos fazemos esse tipo de cálculo. Hoje iremos falar um pouco sobre a área de uma esfera, um assunto que não estamos acostumados a tratar, mas, assim como as outras figuras geométricas, o cálculo se dá de maneira bem simples. Vamos ver ?

6.1 – ÁREA DE UMA ESFERA:

Consideremos uma esfera de centro O e o raio da medida R é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância menos ou igual a R do O, esse entorno dos pontos é chamada superficie esférica .



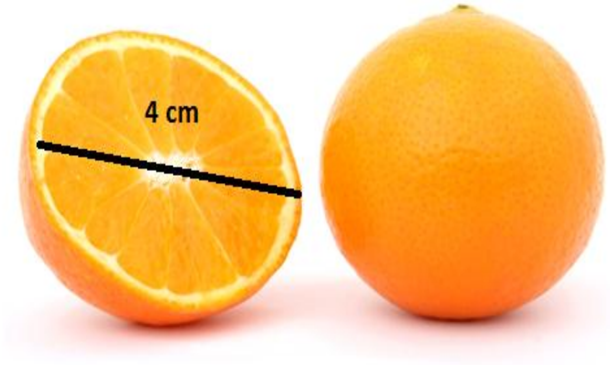
O cálculo da área dessa superfície esférica, apesar de não ser muito usual em relações a outras figuras geométricas , como dito anteriomente é simples. Ela pode ser calculada pela fórmula **:**

$$\textbf{Área}: 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Vejamos alguns exemplos de apliações:

EXEMPLO 1:

Uma laranja, tem uma forma esférica como a imagem ao lado, qual é a área que possui essa laranja ?



Resolução:

Ao observarmos a laranja, vemos que o diâmetro da mesma é de 4 cm, como o raio é a metade do diâmetro temos que o raio é 2, sendo assim:

$$\text{Área: } 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$4 \cdot \pi \cdot 2^2$$

$$4 \cdot \pi \cdot 4 = 16\pi cm^2$$

EXEMPLO 2:

Uma esfera possui $144\pi\mathrm{cm}^2$ de área, qual é o raio dessa esfera ?

Resolução:

Como a esfera já dá o valor da área, nos resta calcularmos o raio dela, sendo assim temos:

$$\text{Área: } 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$144\pi = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$\frac{144\cancel{\pi}}{4\cancel{\pi}} = r^2 36 = r^2$$

$$r = \sqrt{36} = 6cm$$

O raio da circunferência mede 6cm.

Viu como é fácil calcularmos a área de uma circunferência? Agora vamos testar o que acabamos de aprender. Qualquer dúvida, retome os exemplos.

Atividade 6

01. Uma esfera possui 10 cm diâmetro, calcule a área dessa esfera.

02. Uma esfera possui $900\pi cm^2$ de área, qual é raio ?

03. A figura abaixo mostra uma semiesfera de raio 3 cm, qual é a área dessa semiesfera? Obs: Lembre-se que você vai calcular a área de uma semiesfera, não de uma esfera completa.

04. Uma esfera possui $36\pi cm^3$ de volume, qual é a área dessa esfera?(Obs: Calcule em primeiro lugar o raio da esfera e depois a área)

Avaliação

Caro aluno, chegou a hora de avaliar tudo que nós estudamos nas aulas anteriores. Leia atentamente cada uma das questões e faça os cálculos necessários.

Vamos lá, vamos tentar?

01. A diferença de idade entre João e José hoje é de exatamente 3 anos. Daqui a 5 anos, as idades deles somarão 43 anos. Sendo João o irmão mais velho, qual é a idade dele hoje?

(A) 15 anos
(B) 18 anos
(C) 20 anos
(D) 23 anos

02. Em uma prova de matemática, a cada questão certa, o aluno ganhava 3 pontos e, a cada questão errada, ele perdia 1 ponto. A prova tinha 20 questões e o aluno obteve um total de 8 pontos. A diferença entre o número de questões erradas e o número de questões certas é:

(A) 6 questões
(B) 8 questões
(C) 10 questões
(D) 12 questões

03. Cláudio usou apenas notas de R$ 20,00 e de R$ 10,00 para fazer um pagamento de R$ 150,00. Quantas notas de cada tipo ele usou, sabendo que no total foram 10 notas?

(A) $\begin{cases} -x + y = 10 \\ 10x - 5y = 150 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 5y = 150 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 10y = 150 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x - y = 10 \\ 20x - 10y = 150 \end{cases}$

04. Trata-se de exemplo de esfera:

(A) copo

(B) lápis

(C) bola de basquete

(D) ônibus escolar

05. Uma esfera possui 7cm de raio. O seu volume é :

(A) $\frac{1372\pi}{3} cm^3$

(B) $\frac{243\pi}{3} cm^3$

(C) $\frac{196\pi}{3} cm^3$

(D) $\frac{49\pi}{3} cm^3$

06. A área de uma esfera é $144\pi cm^2$, o raio dessa esfera mede :

(A) 8

(B) 6

(C) 7

(D) 5

Pesquisa

Caro aluno, agora que já estudamos os principais assuntos relativos ao 4° bimestre, é hora de discutir um pouco sobre a importância deles na nossa vida. Então, vamos lá?

Iniciamos este estudo apresentando sistemas lineares e posteriormente falando sobre superfície esférica e esfera. Leia atentamente as questões a seguir e através de uma pesquisa responda cada uma delas de forma clara e objetiva.

ATENÇÃO: Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites nos quais foram utilizados.

I – Apresente alguns exemplos de situações reais nas quais podemos encontrar aplicações de sistemas lineares.

____

____

____

____

____

____

II – Procure em jornais, revistas ou internet exemplos de figuras que se assemelhem à superfície esférica e esfera.

____

____

____

____

____

____

Referências

[1] BARBOSA, João Lucas Marques. Geometria Euclidiana Plana. 10ª edição. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[2]DOLCE, Oswaldo; POMPEU, José Nicolau. Fundamentos da Matemática Elementar, 9: Geometria Plana. 8ª edição. São Paulo: Atual, 2005.

[3] FACCHINI, Walter. Matemática para a Escola de Hoje. São Paulo: FTD,2006.

[4] IEZZI, G; [et al]: Matemática: Ciência e aplicação, 2 ano:ensino médio; 6ª. Ed-São Paulo: Saraiva, 2010

[5] MELLO, J. L.P:Matemática, Volume único: Construções e seu significado; 1ª ed- São Paulo: Moderna, 2005

[6]MONTEIRO, Bruno F.; FREITAS, Fabio F.; PAIVA, Herivelto N. Álgebra Linear I. 1 ed. Rio de Janeiro: PoD Editora, 2009.

Fonte das Imagens

Figura 1: http://www.aprocura.com.br

Figura 2: http://www.pensevestibular.com.br/topicosdematematica/geometria-espacial/esferas

Figura 3: http://www.pensevestibular.com.br/topicosdematematica/geometria-espacial/esferas

Figura 4: http://linkdanonito.blogspot.com.br/2009/11/esfera-esfera-pode-ser-definida-como-um.html.

Figura 5: https://www.naturaekos.com.br.

Figura 6: http://paulohotale.blogspot.com.br/

Equipe de Elaboração

COORDENADORES DO PROJETO

Diretoria de Articulação Curricular
Adriana Maurício Tavares Lessa

Coordenação de Áreas do Conhecimento
Bianca Neuberger Leda
Raquel Costa da Silva Nascimento
Fabiano Farias de Souza
Peterson Soares da Silva
Marília Silva

COORDENADORA DA EQUIPE
Raquel Costa da Silva Nascimento
Assistente Técnico de Matemática

PROFESSORES ELABORADORES

Ângelo Veiga Torres
Daniel Portinha Alves
Fabiana Marques Muniz
Herivelto Nunes Paiva
Izabela de Fátima Bellini Neves
Jayme Barbosa Ribeiro
Jonas da Conceição Ricardo
Reginaldo Vandré Menezes da Mota
Tarliz Liao
Vinícius do Nascimento Silva Mano
Weverton Magno Ferreira de Castro

REVISÃO DE TEXTO
Isabela Soares Pereira