# Matemática

Aluno

# Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada - 01

**2ª Série | 1° Bimestre**

| Disciplina | Curso | Bimestre | Série |
|---|---|---|---|
| **Matemática** | **Ensino Médio** | **1°** | **2ª** |

| **Habilidades Associadas** |
|---|
| - Calcular o logaritmo de um número real positivo. |
| - Utilizar a definição de logaritmo na resolução de equações simples. |
| - Compreender os conceitos primitivos da geometria espacial. |
| - Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações. |
| - Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (Relação de Euler). |


GOVERNO DO Rio de Janeiro
SOMANDO FORÇAS
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

# Apresentação

A Secretaria de Estado de Educação elaborou o presente material com o intuito de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas de pesquisa, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e respectivos tutores – docentes preparados para incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A proposta de desenvolver atividades pedagógicas de aprendizagem autorregulada é mais uma estratégia pedagógica para se contribuir para a formação de cidadãos do século XXI capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas. Assim, estimula-se a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios da contemporaneidade, na vida pessoal e profissional.

Estas atividades pedagógicas autorreguladas propiciam aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências nucleares previstas no currículo mínimo, por meio de atividades roteirizadas. Nesse contexto, o tutor será visto enquanto um mediador, um auxiliar. A aprendizagem é efetivada na medida em que cada aluno autorregula sua aprendizagem.

Destarte, as atividades pedagógicas pautadas no princípio da autorregulação objetivam, também, equipar os alunos, ajudá-los a desenvolver o seu conjunto de ferramentas mentais, ajudando-o a tomar consciência dos processos e procedimentos de aprendizagem que ele pode colocar em prática.

Ao desenvolver as suas capacidades de auto-observação e autoanálise, ele passa a ter maior domínio daquilo que faz. Desse modo, partindo do que o aluno já domina, será possível contribuir para o desenvolvimento de suas potencialidades originais e, assim, dominar plenamente todas as ferramentas da autorregulação.

Por meio desse processo de aprendizagem pautada no princípio da autorregulação, contribui-se para o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para o aprender-a-aprender, o aprender-a-conhecer, o aprender-a-fazer, o aprender-a-conviver e o aprender-a-ser.

A elaboração destas atividades foi conduzida pela Diretoria de Articulação Curricular, da Superintendência Pedagógica desta SEEDUC, em conjunto com uma equipe de professores da rede estadual. Este documento encontra-se disponível em nosso site www.conexaoprofessor.rj.gov.br, a fim de que os professores de nossa rede também possam utilizá-lo como contribuição e complementação às suas aulas.

Estamos à disposição através do e-mail curriculominimo@educacao.rj.gov.br para quaisquer esclarecimentos necessários e críticas construtivas que contribuam com a elaboração deste material.

**Secretaria de Estado de Educação**

## Caro aluno,

Neste documento você encontrará atividades relacionadas diretamente a algumas habilidades e competências do 1° Bimestre do Currículo Mínimo da 2° Série do Ensino Médio. Você encontrará atividades para serem trabalhadas durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, Aluno, desenvolva estes Planos de Curso na ausência do Professor da Disciplina por qualquer eventual razão. Estas atividades foram elaboradas a partir da seleção das habilidades que consideramos essenciais da 2° Série do Ensino Médio no 1° Bimestre.

Este documento é composto de um texto base, cuja leitura motivadora irá torna-lo capaz de compreender as principais ideias relacionadas a estas habilidades. Leia o texto e em seguida resolva as Fichas de Atividades. As Fichas de atividades devem ser aplicadas para cada dia de aula, ou seja, para cada duas horas/aulas. Para encerrar as atividades referentes a cada bimestre, ao final é sugerida uma pesquisa sobre o assunto.

Para cada Caderno de Atividades, iremos ainda fazer relações diretas com todos os materiais que estão disponibilizados em nosso site *Conexão Professor*, fornecendo, desta forma, diversos materiais de apoio pedagógico para que o Professor aplicador possa repassar para a sua turma.

Este caderno apresenta 06 (seis) aulas. As aulas são compostas por uma **explicação base**, para que você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas às habilidades e competências principais do bimestre em questão, e **atividades** respectivas. Leia o texto e, em seguida, resolva as Atividades propostas. As Atividades são referentes a um tempo de aula. Para reforçar a aprendizagem, propõem-se, ainda, uma **avaliação** e uma **pesquisa** sobre o assunto.

Neste Caderno de atividades, iremos estudar um pouco sobre logaritmos e suas propriedades. No campo conceitual 2, daremos ênfase à introdução de geometria espacial, observando, posteriormente, os poliedros, corpos redondos e a relação de Euler.

Um abraço e bom trabalho!

**Equipe de Elaboração**

# Sumário

## Aula 1:Revisando Exponencial

Caro aluno, nesta aula iremos realizar uma revisão sobre equações exponenciais. Você sabe qual a importância dos mesmos em nosso dia a dia? A equação exponencial pode ser utilizada nos mais variados campos de atuação. O exponencial poder ser aplicado para justificar o crescimento populacional de uma determinada região, para determinar a reprodução de um determinado vírus ou bactéria, para determinar o montante a receber de uma aplicação ou o regime de capitalização composta após um dado período, dentre outros.

Para compreender a forma de resolver a equação, inicialmente é necessário ter noção de potenciação e de suas propriedades.

**1 - POTÊNCIA E SUAS PROPRIEDADES:**

Vamos considerar **a, b, m, n** e **p números reais.**

Considere a seguinte potência: $a^n$, onde **a** é a **base** e **n** é o **expoente.**

Desenvolvendo a potência acima, obtemos:

$a^n = a.a.a.a.a.\dots.a \ \rightarrow n \, fatores \, de \, a.$

**Por exemplo**:

$2^3$ = 2 .2 . 2 = 8.

Foram utilizados 3 fatores de 2.

Agora, imagine a seguinte situação:

$a^n = b$, onde **b** é a **potência.**

**OBSERVAÇÕES:**

**A)** Toda potência de base positiva é sempre positiva.

**B)** Toda potência de base negativa é positiva se o expoente for par, mas será negativa se o expoente for ímpar.

Exemplos:

a) $4^3$ = 64, pois 4 x 4 x 4 = 64
b) $(-2)^3$ = -8, pois (-2) x (-2) x (-2) = -8
c) $(-3)^2$ = 9, pois (-3) x (-3) = 9

Agora que já aprendemos a calcular as potências, vamos estudar algumas de suas propriedades:

**1ª PROPRIEDADE:** Toda potência de base 1 é igual a 1.

Exemplos:

a) $1^0 = 1$
b) $1^4 = 1$ , pois 1 x 1 x 1 x 1 = 1

**2ª PROPRIEDADE:** Toda potência de expoente 1 é igual à base.

Exemplos:

a) $a^1 = a$
b) $2^1 = 2$

**3ª PROPRIEDADE:** Toda potência de expoente zero vale 1, ou seja: $a^0 = 1, a \neq 0$.

Exemplos:

a) $1^0 = 1$
b) $50^0 = 1$

**4ª PROPRIEDADE:** Toda potência de base igual a zero e expoente diferente de zero vale zero. Observe: $0^n = 0, n \neq 0$.

Exemplos:

a) $0^1 = 0$
b) $0^3 = 0$

**5ª PROPRIEDADE:** Toda potência de base 10 é igual a 1, seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

Exemplos:

a) $10^1 = 10$
b) $10^2 = 100$, pois 10 x 10 = 100 (Como o expoente é 2, teremos 2 zeros).

**6ª PROPRIEDADE:** Para calcular o produto de potência de mesma base, conserva-se a base e somam-se os expoentes. Observe: $(a^m . a^n = a^{m+n})$

Exemplos:

a) $2^3 . 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$
b) $3^7 . 3^2 = 2^{7+2} = 3^9$

**7ª PROPRIEDADE:** Para calcular o quociente de potência de mesma base, conserva-se a base e subtrai-se do expoente do dividendo o expoente do divisor. Escrevendo em uma linguagem matemática, temos: $(a^m : a^n = a^{m-n})$

Exemplos:

a) $2^5 \div 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$
b) $9^3 \div 9^2 = 9^{3-2} = 9$

**8ª PROPRIEDADE:** Para o cálculo de potências de potência, conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. Calcularemos da seguinte forma: $(a^n)^m = a^{nm}$.

Exemplos:

a) $(3^4)^2 = 3^{4.2} = 3^8$
b) $(2^5)^2 = 2^{5.2} = 2^{10}$

**9ª PROPRIEDADE:** No produto elevado a uma potência, eleva-se cada fator à potência considerada ou efetua-se a multiplicação e depois se eleva o resultado à potência considerada. Observe: $(a.b)^n = a^n b^n$

Exemplos:

a) $(2 . 7)^3 = 2^3 . 7^3$
b) $(8 . 5)^4 = 8^4 . 5^4$

**10ª PROPRIEDADE:** Para o cálculo do quociente de potência, eleva-se cada fator à potência considerada ou efetua-se a divisão e depois se eleva o resultado à potência considerada. Observe: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Exemplos:

a) $\mathbf{(\frac{2}{5})^3 = \left(\frac{2^3}{5^3}\right)}$
b) $\mathbf{(\frac{6}{7})^2 = \left(\frac{6^2}{7^2}\right)}$

**11ª PROPRIEDADE:** Quando o expoente for negativo, inverte-se o número e eleva-se o número obtido pela potência na forma positiva. Observe que o inverso de um número inteiro é ele sobre 1, conforme mostram os exemplos. Caso a base seja uma fração, para se obter o inverso dela, basta inverter a fração, observe: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemplos:

a) $3^{-1} = (\frac{1}{3})$

b) $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$

**12ª PROPRIEDADE:** No caso de expoente fracionário, o numerador da potência será transformado em expoente e o denominador do expoente fracionário se transformará no índice do radical. Observe: $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$.

a) $2^{1/3} = \sqrt[3]{2}$

b) $5^{7/2} = \sqrt[2]{5^7}$

**2 - EQUAÇÕES EXPONENCIAIS:**

As equações exponenciais são equações que apresentam incógnitas no expoente de uma potência.

Para resolver uma questão exponencial, você deve proceder da seguinte forma:

- Transformar a equação dada em uma igualdade de duas potências de mesma base; e
- Igualar os expoentes e resolver a nova equação que surgir, que pode ser do 1º grau ou do 2º grau.

Vejamos alguns exemplos:

a) $2^x = 128$
$2^x = 2^7$
$x = 7$ ,
S = { 7}

| | |
|---|---|
| 128 | 2 |
| 64 | 2 |
| 32 | 2 |
| 16 | 2 |
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| ‘1 | |

b)

$$\sqrt[6]{2^x} = 128$$

$$\sqrt[6]{2^x} = 2^7$$

$$2^{\frac{x}{6}} = 2^7 \therefore \frac{x}{6} = 7 \rightarrow x = 6 \cdot 7 \rightarrow S = \{42\}$$

Agora, vamos às atividades propostas desta aula!

## Atividade 1

**01.** A idade de Caroline pode ser indicada pela equação exponencial definida por $2^{2x} = 1024$. Qual é a idade de Caroline?

**02.** Determine o conjunto solução da equação exponencial definida por $3^x = 243$.

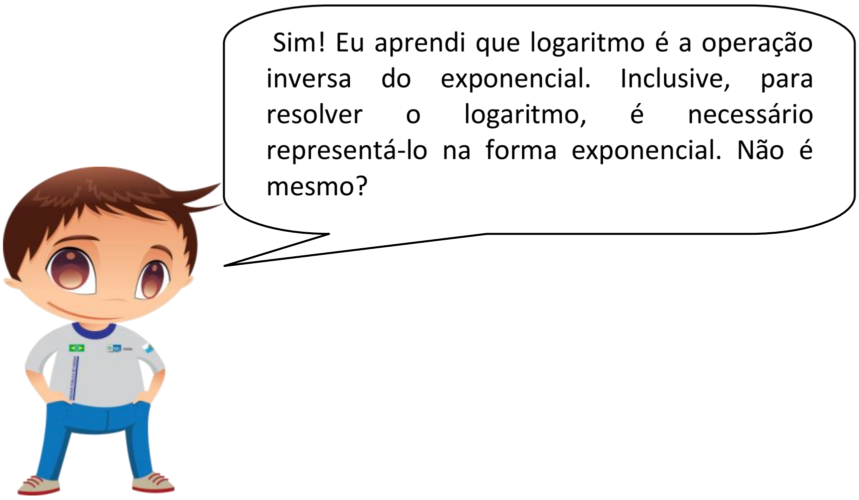
**03.** Determine o conjunto solução da equação exponencial definida por $\left(\sqrt{5}\right)^3 = 5^x$.

**04.** Determine o valor de x na equação exponencial $10^{x-3} = \frac{1}{100}$.

# Aula 2: Definição de Logaritmo

Agora que já estudamos equações exponenciais, já podemos pensar em ampliar um pouco mais os nossos conhecimentos.

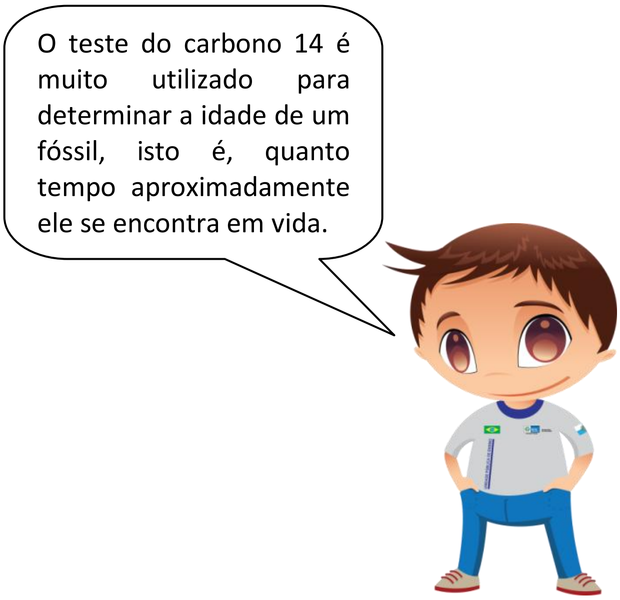
Você já ouviu falar em logaritmo?




Agora, vamos falar um pouco sobre a história do logaritmo. Antes da criação do logaritmo, a simplificação das operações era uma tarefa árdua, pois eram resolvidas através de relações trigonométricas que relacionavam produtos com somas ou subtrações.

A partir do século XVII, o logaritmo surgiu como um instrumento de cálculo para realizar simplificações das operações. Embora muitos matemáticos da época tenham trabalhado para chegar à forma atual do logaritmo, a invenção é creditada ao britânico John Napier (1550 – 1617).

Você sabe qual a importância dos mesmos em nosso dia a dia? O logaritmo pode ser utilizado nos mais variados campos de atuação, por exemplo, para o cálculo de tempo de vida, usando o teste do carbono 14 e para estudar o crescimento de determinada colônias de bactérias, etc.




Mas o que seria o logaritmo? Você saberia definir? Para facilitar o nosso entendimento, vamos pensar no logaritmo como a relação inversa de uma potência. Por definição, teremos que o logaritmo será dado por:

$$log_{b^{a}} = x \iff b^x = a, \text{ onde } b > 0 \text{ e } b \neq 1 \text{ e } a > 0.$$

**ATENÇÃO!!**

O ***b*** no logaritmo é o que chamamos de base e o ***a*** é o logaritmando. E o ***x***? O ***x*** é o logaritmo.

Agora que definimos o logaritmo, podemos observar que, em virtude do que foi especificado, existem algumas consequências dessa definição. Observe que, não importando quais sejam os valores de a e b, sempre teremos:

A) **$Log_a a = 1$**, pois $Log_a a = x$ e, por definição, teremos: $a^x = a$ , logo $x = 1$.

B) **$log_a 1 = 0$**, pois $Log_a 1 = x$ e, por definição, teremos: $a^x = 1$, logo $a^x = a^0$, então $x = 0$.

C) **$log_b a = log_b c$**, se e somente se $a = c$. Observe que, se considerarmos $Log_b a = x$ e $log_b c = y$, teremos, por definição, que $b^x = a$ e $b^y = c$. Como $log_b a = log_b c$ então $x = y$. Teremos $b^x = b^y$. Logo, $a = c$.

D) $\mathbf{b^{\log_b a} = a}$, considere $b^{\log_b a} = x$. Aplicando a definição de logaritmo, teremos $\log_b x = \log_b a$ e $x = a$.

Agora, vamos às atividades propostas desta aula!

## Atividade 2

**01.** Utilizando as consequências da definição, resolva os logaritmos abaixo:

a) $\log_5 5$

b) $\log_2 8$

c) $10^{log\,5}$

d) $\log_7 1$

**02**. Determine os logaritmos a seguir:

a) $\log_2 32 = x$

b) $\log_x 27 = 3$

c) $\log_5 x = 2$

d) $\log_9 9 = x$

**03.** A idade de Ana Clara pode ser determinada através do cálculo de $\log_2 4086 = x$. Qual é a idade de Ana Clara?

# Aula 3: Estudando as propriedades básicas

Caro aluno, nesta aula iremos estudar as propriedades básicas de logaritmos. Você sabe qual a importância das mesmas em nosso dia a dia? As propriedades de logaritmos são uma ferramenta que nos auxilia, e muito, na resolução de logaritmos de uma maneira mais simplificada, como quando são fornecidos, por exemplo, valores para alguns logaritmos.

**1ª PROPRIEDADE:** *log a.b = log a + log b*

"O logaritmo de um produto é igual à soma dos logaritmos".

**EXEMPLO 01:**

Sendo log 2 = 0,301 e log 3 = 0, 477, encontre o valor de log 6:

**Resolução:** Observe que só conhecemos os valores de log 2 e log 3. Vamos transformar 6 em um produto igual a 3 . 2. Então teremos que Log 6 = log 2 . 3. Aplicando a propriedade, temos que Log 6 = log 2 . 3 = log 2 + log 3 = 0,301 + 0,477 = 0,778.

**2ª PROPRIEDADE:** *log a/b = log a - log b*

"O logaritmo de uma divisão é igual à subtração dos logaritmos".

**EXEMPLO 02:**

Sendo log 2 = 0,301 encontre o valor de log 5:

**Resolução:** Vamos proceder da mesma forma como no exemplo anterior. Vamos transformar 10 em uma fração. Teremos então que Log 5 = log $\frac{10}{2}$. Aplicando a propriedade 2, temos: log $\frac{10}{2}$ = log 10 - log 2 = 1 – 0,301 = 0,699.

**3ª PROPRIEDADE:** *log* $a^n$ *= n.log a*

Esta propriedade pode ser considerada uma extensão da primeira propriedade. Vejamos:

log $a^2$ = log a.a = log a + log a = 2 log a

Se tivermos log $a^3$, teremos:

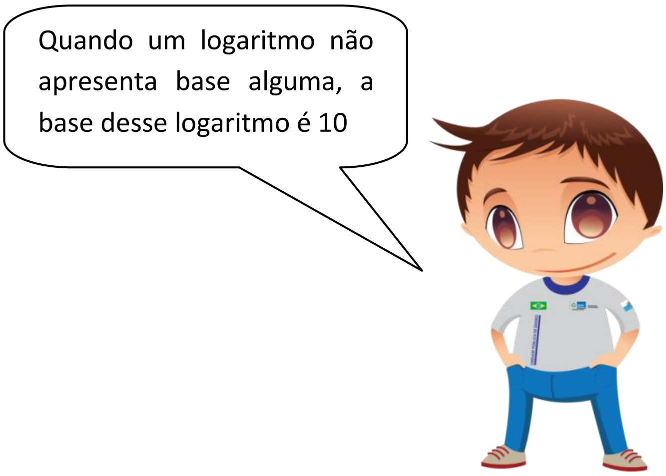
log $a^3$ = log $a^2$.a = log $a^2$ + log a = log a.a + log a = log a + log a + log a = 3 log a

E assim por diante. Teremos, então, que: log $a^n$ = n.log a

**EXEMPLO 03:**

Sendo log 2 = 0,301 e log 3 = 0, 477, encontre o valor de log 9:

**Resolução:** Como 9 = $3^2$, podemos escrever o logaritmo da seguinte forma: Log 9 = log $2^3$ . Aplicando a propriedade 3, temos que: log $2^3$ = 3. log 2 =3. 0,301 = 0,903.




## Atividade 3

**01.** Dados log a = 5, log b = 3, calcule $\log(ab)$.

**02.** Dados log a = 5 e log c = 2, calcule:

a) $\log\left(\frac{a}{c}\right)$

b) $\log(a.c)$

**03.** Qual o valor de $\log_2 2^{-3}$?

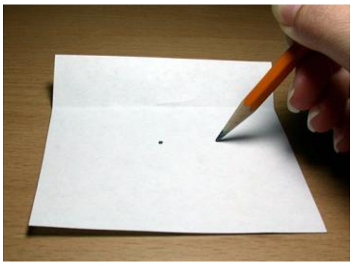
(**DICA:** Use as propriedades apresentadas durante a aula para calcular o valor do logaritmo)

**04.** Sabendo que log 2 = 0,30 encontre o valor e $\log_2 10$.

(**DICA:** Podemos escrever $\log_2 10 = \frac{\log 10}{\log 2}$, utilizando a propriedade de Mudança de Base, na qual temos que: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$)

# Aula 4: Ponto, reta e plano

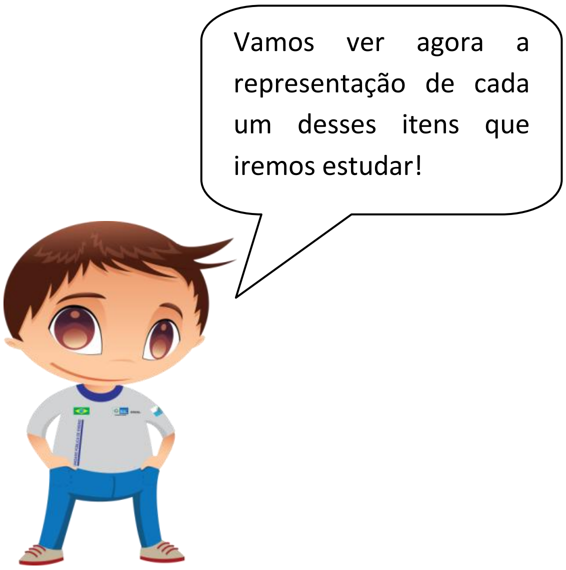
Caro aluno, nesta aula iremos estudar os conceitos de ponto, reta e plano. Você sabe onde podemos encontrar o ponto, a reta e o plano em nosso cotidiano? Em tudo que olhamos ao nosso redor podemos encontrar pontos, retas e planos, por exemplo, um pingo de caneta numa folha é um ponto, os fios nos postes são exemplos de retas e uma parede é um plano.



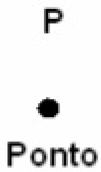
Ponto Reta Plano

Fonte: Acervo do autor

**1– PONTO:**

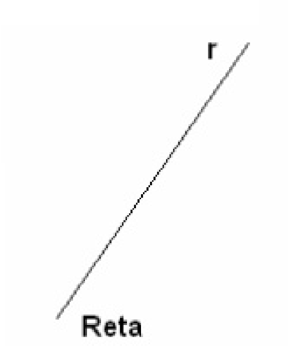



Representamos os pontos por letras latinas maiúsculas, como, por exemplo: A, B, C ,...



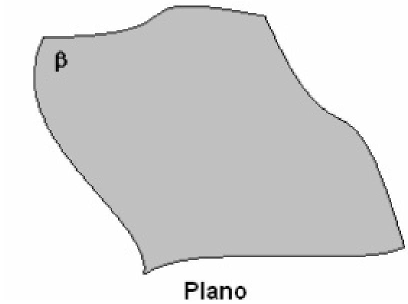

**2– RETA:**

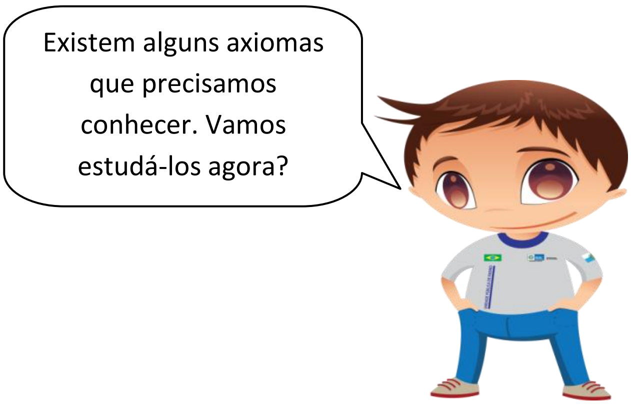
As **retas** são representadas por letras latinas minúsculas, como, por exemplo: a, b, c, ...




**3– PLANO:**

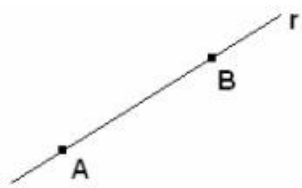
Os **Planos** serão representados por letras gregas minúsculas, como, por exemplo: α, β, π, ...



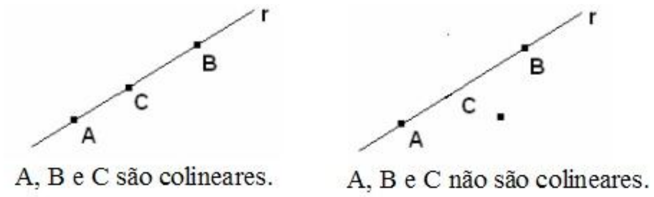




**1º** - Numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos distintos.

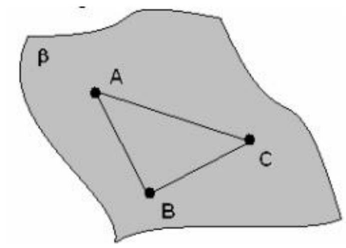
**2º** - Dois pontos determinam uma única reta. Se outras retas passam por esse ponto, essas retas serão iguais.



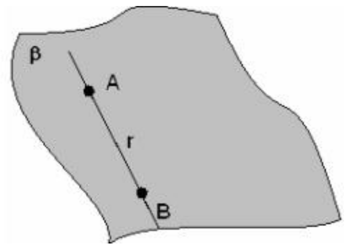
**3º** - Pontos colineares pertencem à mesma reta.



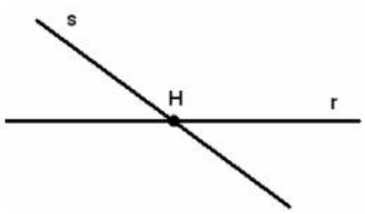

**4º**- Três pontos determinam um único plano.




**5º** - Se uma reta contém dois pontos de um plano, esta reta está contida neste plano.




**6º** - Duas retas são concorrentes se tiverem apenas um ponto em comum.




Observe que $r \cap s = \{H\}$, sendo que H está contido na reta **r** e na reta **s**.

# Atividade 4

**01.** Considere as afirmações a seguir:

I. Duas retas distintas determinam um plano.

II. Se duas retas distintas são paralelas a um plano, então elas são paralelas entre si.

III. Se dois planos são paralelos, então toda reta de um deles é paralela a alguma reta do outro.

Qual(is) afirmação (ões) acima é (são) verdadeira(s)?

________________________________________________________________________

________________________________________________________________________

**02.** Classifique em Verdadeira (V) ou Falsa (F) cada uma das afirmações abaixo:

( ) Se uma reta é perpendicular a um plano, então ela é perpendicular ou ortogonal às retas desse plano.

( ) Se duas retas r e s têm um único ponto em comum e r está contida em um plano α, então s e α têm um único ponto em comum.

( ) Duas retas paralelas distintas determinam um plano.

( ) Duas retas paralelas a um mesmo plano são paralelas entre si.

**03.** Assinale a afirmação verdadeira:

(A) Dois planos paralelos a uma reta são paralelos entre si.

(B) Dois planos perpendiculares a uma reta são perpendiculares entre si.

(C) Duas retas perpendiculares a um plano são paralelas entre si.

(D) Duas retas paralelas a um plano são paralelas entre si.

(E) Dois planos perpendiculares a um terceiro são perpendiculares entre si.

**04.** Assinale a alternativa incorreta.

a) Todo plano contém, no mínimo, três pontos não colineares.

b) Dois planos secantes têm em comum uma reta.

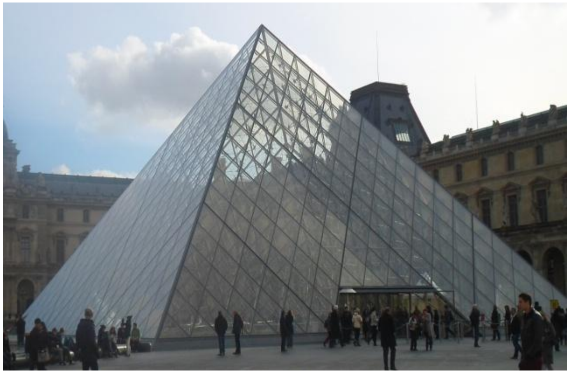
c) Uma reta separa um plano em dois semiplanos.

d) Uma reta e um ponto fora dela determinam um plano.

# Aula 5: Poliedros e Corpos Redondos

Caro aluno, nesta aula iremos estudar sobre os sólidos geométricos. Você sabe qual a importância dos mesmos em nosso dia a dia? Os sólidos geométricos estão muito presente no nosso dia a dia, como, por exemplo, na arquitetura, na engenharia e nas artes plásticas. Estamos sempre vendo lugares, figuras e paisagens que têm como inspiração os sólidos geométricos, como as figuras abaixo, que servem de cartão postal em países distintos.

Pirâmide de vidro no Museu do Louvre em Paris, França, construída em 1988.

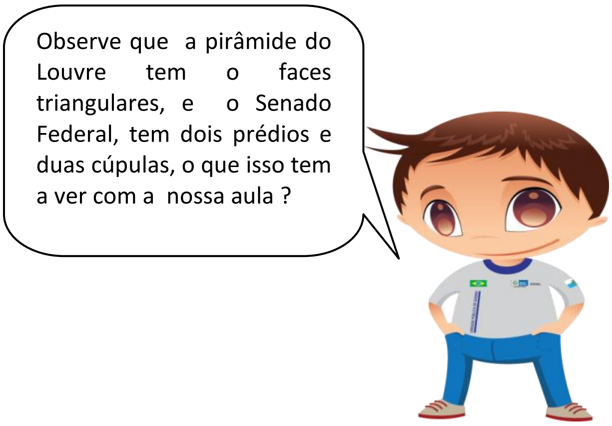


Fonte: Arquivo pessoal

Senado Federal, em Brasília, construído em 1960.

Fonte: http://www2.planalto.gov.br/

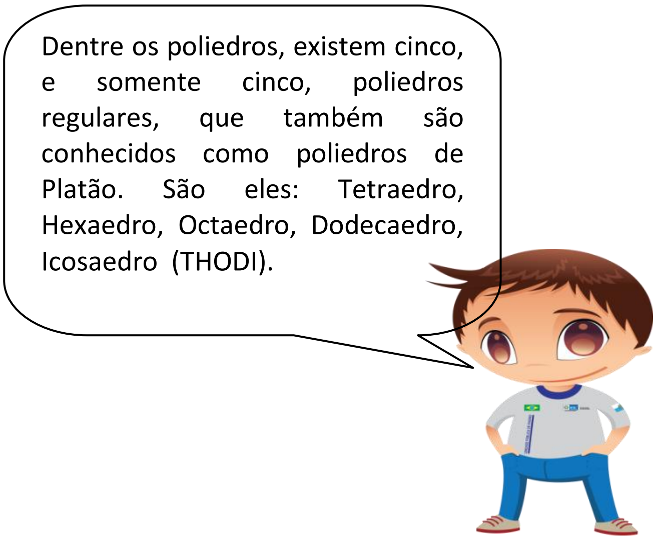
Como podemos perceber, na primeira figura, temos uma estrutura feita de faces triangulares. Já na segunda, temos faces retangulares, representadas pelos dois prédios mais altos e, também, duas cúpulas, uma côncava (virada para baixo) e outra convexa (virada para cima), que também podemos identificar como sendo um corpo redondo.




## 1– POLIEDROS:

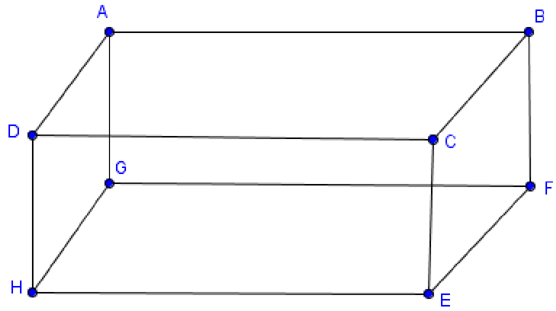
A palavra poliedro é de origem grega, é formada por *poli*, que significa muitos, e *edro*, que significa "faces". Os poliedros são sólidos geométricos cujas superfícies são formadas apenas por Polígonos planos (triângulos, quadriláteros, pentágonos etc.). Costuma-se nomear um poliedro conforme a quantidade de faces que esses poliedros possuem.

| Número de Faces | Nome do Poliedro |
|---|---|
| 4 | Tetraedro |
| 5 | Pentaedro |
| 6 | Hexaedro |
| 7 | Heptaedro |
| 8 | Octaedro |
| 12 | Dodecaedro |
| 20 | Icosaedro |




**1.1 – ELEMENTOS DE UM POLIEDRO:**

Em um poliedro, podemos destacar três itens importantes: arestas, vértices e faces.

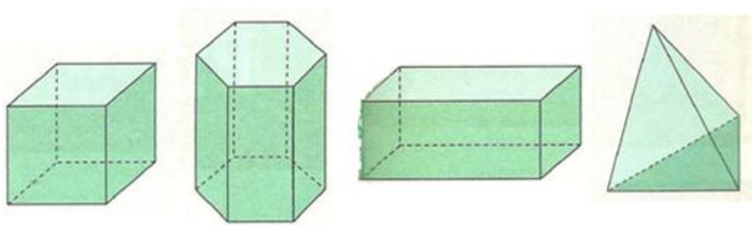



As arestas desse paralelepípedo são representadas pelos segmentos de retas que compõe a borda da figura. São eles:

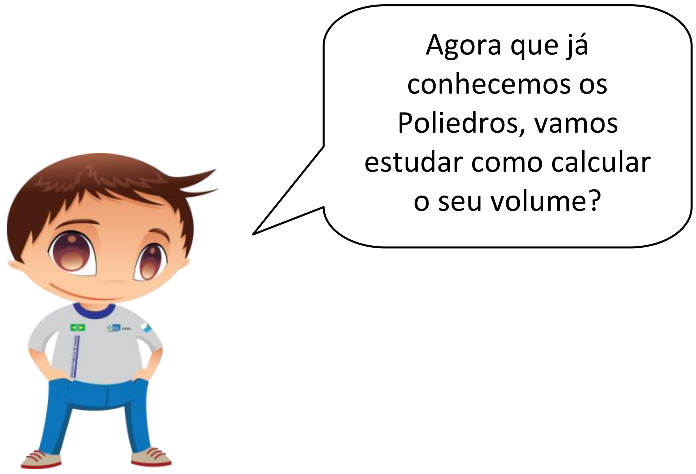
$$\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{GF}, \overline{GH}, \overline{FE}, \overline{EH}, \overline{GA}, \overline{HD}, \overline{FB}, \overline{EC}$$

Os vértices são as junções das arestas: A, B, C, D, E, F, G, H.

As faces desse poliedro são as figuras planas que estão representadas em cada lado do poliedro. Nesse caso, temos faces que são quadrangulares e retangulares. São elas: DCHE, CBEF, ABCD, AGHD, AGBC, FGHE. Observe alguns exemplos de poliedros:

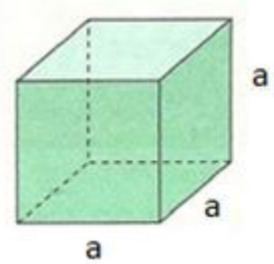


Fonte: Matemática Ciência e Aplicações




**2 – VOLUME DE UM POLIEDRO:**

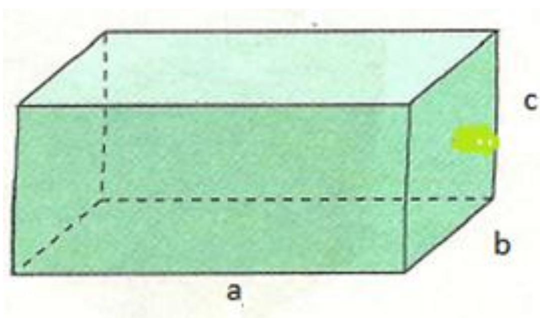
Para cada poliedro, devemos considerar suas faces e sua base. Nos exemplos acima, temos base hexagonal, base triangular e base quadrangular. O volume de um poliedro é sempre calculado através do produto da área da base pela altura do poliedro. Por exemplo, vamos calcular o volume da 1ª e da 3ª figuras:




Como a figura tem todas as arestas (lados) com a mesma medida (a), o cálculo do volume se torna bem simples:

$$\text{Volume} = \text{Área da base x altura} = a \cdot a \cdot a = a^3 \text{ cm}^3$$

Nesse caso, todos os lados tinham a mesma medida, pois a figura em questão é um hexaedro ou um cubo, como é mais conhecido. Mas será que em todos os poliedros o cálculo do volume é semelhante a esse? Vamos verificar:




$$\text{Volume} = \text{Área da base x altura} = a \cdot b \cdot c$$

Nesse caso, como as arestas têm medidas diferentes, o volume é dado pelo produto das medidas das arestas.

**3 – ÁREA TOTAL E ÁREA LATERAL DE UM POLIEDRO:**

Para calcularmos as áreas laterais e as áreas totais de cada poliedro, temos que conhecer as figuras geométricas pelas quais o poliedro é formado. Por exemplo, a pirâmide de vidro do Museu do Louvre é formada por faces triangulares; os dois prédios do Senado Federal são formados por faces retangulares. Nas próximas aulas, aprofundaremos mais nesse assunto

Então, tudo bem até aí? Podemos prosseguir?

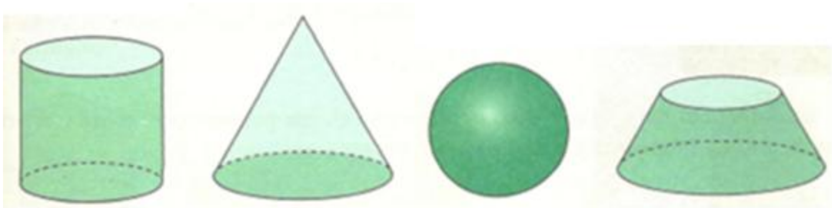
**4 – CORPOS REDONDOS:**

São sólidos geométricos cujas superfícies têm ao menos uma parte arredondada (não plana).

É comum irmos ao mercado comprar algo para nossa mãe ou para nós mesmos e nem sempre nos damos conta de que o que estamos comprando está diretamente ligado com a matemática. Os utensílios abaixo, por exemplo:


Fonte: http://www.zonasulatende.com.br/Produto

Note que alguns desses utensílios estão diretamente relacionados aos tipos de corpos redondos exemplificados abaixo:



Fonte: Matemática Ciência e Aplicações

## Atividade 5

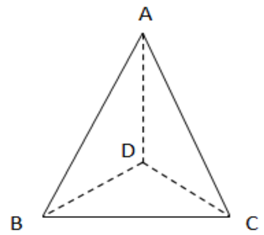
**01.** Diferencie poliedros e corpos redondos:

**02.** Na figura ao lado temos um poliedro. Identifique:

a) Quais são as arestas:

b) Quais são as faces:

c) Quais são os vértices:




**03.** De acordo com o início da aula, os poliedros e os corpos redondos estão muito presentes na arquitetura, obras de engenharia, nas artes etc. Correlacione as fotos abaixo com a estrutura correspondente:

I: Senado Federal em Brasília

II: Museu do Louvre

III: Torre Eiffel

Fonte: http://itavanzi.org.br/tag/torre-eiffel/

IV: Cúpula do planetário da Gávea

Fonte:http://nicevalturismo2010.blogspot.com.br

a) Estrututas formadas somente por poliedros:

____________________________________________________________

b) Estrututas formadas somente por corpos redondos:

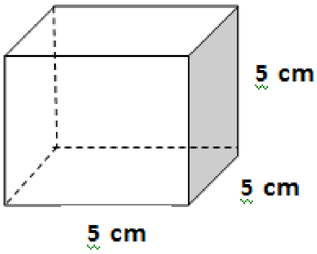
______________________________________________________________

c) Estrututas formadas somente por poliedros e copos redondos:

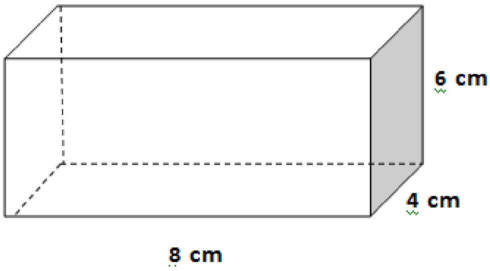
______________________________________________________________

**04.** Calcule o volume das figuras abaixo:

a)




b)

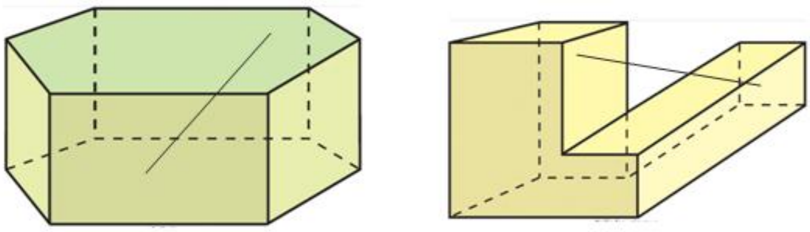


# Aula 6: Relação de Euler

Caro aluno, na aula anterior você viu a diferença entre poliedros e corpos redondos. Nessa aula daremos continuidade ao tema poliedros, falando de uma relação muito importante, que envolve faces, arestas e vértices: a relação de Euler.

**1 – POLIEDROS CONVEXOS E NÃO CONVEXOS:**

Os poliedros são definidos em dois grupos: convexos e não convexos. São chamados de poliedros convexos quando há um segmento que liga dois pontos quaisquer contidos no interior do poliedro. Os poliedros são chamados não convexos quando existem dois pontos tais que os segmentos que os une tenham ponto fora do poliedro.



Fonte:[http://www.kalipedia.com/popup/popupWindow.html?tipo=imprimir&titulo=Imprimir%20Art%C3%ADculo&xref=20070926klpmatgeo_294.Kes](http://www.kalipedia.com/popup/popupWindow.html?tipo=imprimir&titulo=Imprimir%20Art%C3%ADculo&xref=20070926klpmatgeo_294.Kes)

**2 - A RELAÇÃO DE EULER:**

A relação de *Euler* é utilizada somente em poliedros convexos. Essa relação diz que a quantidade de vértices de um poliedro somado ao número de faces é igual ao número de arestas desse poliedro mais duas unidades, ou seja:

$$V + F = A + 2$$

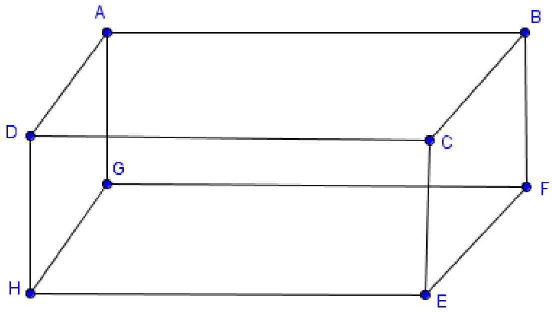
**EXEMPLO 01:**

Sem desenhá-lo nesse primeiro momento, vamos utilizar como exemplo um paralelepípedo que possui 8 vértices e 6 faces. Quantas arestas possui esse poliedro?

Utilizando a relação de Euler, temos que $V+F=A+2$. Considerando-se o número de vértices e de faces dados no enunciado do problema, temos:

$$8+6=A+2 \Rightarrow 14=A+2 \Rightarrow 14-2=A \Rightarrow 12$$

Então, chegou a hora de verificar se você acertou. Agora, temos abaixo uma figura de um paralelepípedo, pela qual você pode conferir se seus cálculos estão corretos:




**EXEMPLO 02:**

Um poliedro convexo tem 6 vértices e 12 arestas. Quantas faces ele tem?

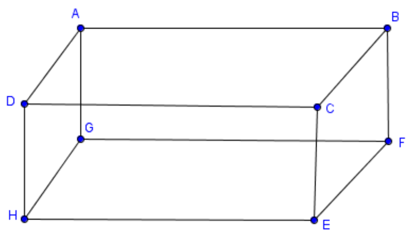
Nesse caso, temos V = 6 e A = 12. Pela relação de Euler, temos:

$$V+F=A+2 \Rightarrow 6+F=12+2 \Rightarrow 6+F=14 \Rightarrow F=14-6 \Rightarrow 8$$

**EXEMPLO 03:**

Um poliedro convexo tem 9 faces, sendo 7 quadrangulares e 2 triangulares. Quantos são os seus vértices?

Nesse caso, temos F = 9. Cada face quadrangular tem 4 arestas e cada face triangular tem 3 arestas. O número de arestas das 7 faces quadrangulares é 7 x 4 = 28 e o número de arestas das 2 faces triangulares é 2 x 3 = 6. Cada aresta pertence a duas faces. Por isso, na soma 28 + 6= 34, cada aresta foi contada duas vezes. Sendo assim, devemos dividir a quantidade por 2, resultando em 17 arestas. Utilizando a relação de Euler, temos:



$$V+F=A+2 \Rightarrow V+9=17+2 \Rightarrow V+9=19 \Rightarrow V=19-9 \Rightarrow V=10$$

Hora de exercitar o que estudamos! Se tiver dúvidas, retome a leitura do texto!!

## Atividade 6

**01.** Um poliedro convexo de 7 faces possui 10 vértices. Quantas arestas possui esse poliedro?

**02.** Um poliedro convexo tem 8 faces, sendo 4 quadrangulares e 4 triangulares. Quantos são os seus vértices?

**03.** Um poliedro regular possui 30 arestas e 20 vértices. Quantas faces possui esse poliedro? E qual é o nome desse poliedro?

| | Nº LADOS | VÉRTICES | FACES | ARESTAS |
|---|---|---|---|---|
| TETRAHEDRO | 4 | 4 | | 6 |
| HEXAEDRO | 6 | | 6 | 12 |
| OCTAEDRO | 8 | 6 | 8 | |
| DODECAEDRO | 12 | 20 | 12 | |
| ICOSAEDRO | 20 | 12 | | 30 |

**04.** Utilizando a relação de Euler, complete a tabela abaixo:

# Avaliação

Caro aluno, chegou a hora de avaliar tudo o que nós estudamos nas aulas anteriores. Leia atentamente cada uma das questões e faça os cálculos necessários. Vamos lá, vamos tentar?

**01.** Resolvendo a equação exponencial U = R, $5^x = 125$, temos como solução:

(A) X = 3

(B) X= 4

(C) X= -3

(D) X= 0

(E) X = 1/3

**02.** Resolvendo o logaritmo $\log_5 625$, temos como resultado:

(A) 10

(B) 5

(C) 15

(D) 25

(E) 30

**03.** Resolvendo o logaritmo $\log_{\frac{1}{10}} 100$, temos como resultado:

(A) -2

(B) 2

(C) 1

(D) -1

(E) 0

**04.** Quais das afirmativas abaixo são verdadeiras?

(A) Três pontos podem pertencer a uma mesma reta.

(B) Três pontos distintos são sempre colineares.

(C) A reta é um conjunto de dois pontos.

(D) Ligando dois pontos distintos, há uma só reta.

(E) Por um ponto passa uma única reta.

**05.** São semelhantes a prismas e a corpos redondos, <u>respectivamente</u>:

(A) Casquinha de sorvete e pirâmide.

(B) Caixa de fósforos e caderno.

(C) Casquinha de sorvete e canudo.

(D) Pirâmide e Canudo.

(E) Canudo e chapéu de festas.

**06.** Um poliedro convexo tem 8 faces, sendo 4 quadrangulares e 4 triangulares. Os vértices desse poliedro são no total de?

(A) 8

(B) 9

(C) 14

(D)28

(E) 16

## Pesquisa

Caro aluno, agora que já estudamos todos os principais assuntos relativos ao 1° bimestre, é hora de discutir um pouco sobre a importância deles na nossa vida. Então, vamos lá? Leia atentamente as questões a seguir e, através de uma pesquisa, responda cada uma delas de forma clara e objetiva.

**ATENÇÃO:** Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites que foram utilizados.

**1 –** Fazendo pesquisa em periódicos (jornais, revistas, etc.), apresente alguns exemplos ou situações reais nas quais podemos aplicar as funções exponenciais e logarítmicas.

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

**2 –** No roteiro, quando foi apresentado o conteúdo sobre poliedros e corpos redondos, fez-se menção ao seu uso em arquiteturas, obras de arte e em outros lugares. Sendo assim, procure cinco figuras (poliedros e corpos redondos) e explique o porquê de cada uma delas ser definida daquela maneira.

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

**3 –** Construa ao menos dois dos sólidos regulares de Platão, utilizando como base sites como: http://www.youtube.com/watch?v=5QglJOy7T7Y.

# Referências


**[1]** BARBOSA, João Lucas Marques. Geometria Euclidiana Plana. 10ª edição. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

**[2]** DOLCE, Oswaldo; POMPEU, José Nicolau. Fundamentos da Matemática Elementar, 9: Geometria Plana. 8ª edição. São Paulo: Atual, 2005.

**[3]** FACCHINI, Walter. Matemática para a Escola de Hoje. São Paulo: FTD,2006.

**[4]** IEZZI, G; [et al]: Matemática: Ciência e aplicação, 2:ensino médio; 6ª. Ed-São Paulo: Saraiva, 2010

**[5]** MELLO, J. L.P:Matemática, Volume único: Construções e seu significado; 1ª ed- São Paulo: Moderna, 2005

**[6]** PANADES, R. A. Matemática e suas tecnologias : ensino médio: São Paulo: IBEP, 2005.

# Equipe de Elaboração

**COORDENADORES DO PROJETO**

**Diretoria de Articulação Curricular**
Adriana Tavares Maurício Lessa

**Coordenação de Áreas do Conhecimento**

Bianca Neuberger Leda
Raquel Costa da Silva Nascimento
Fabiano Farias de Souza
Peterson Soares da Silva
Ivete Silva de Oliveira
Marília Silva

**COORDENADORA DA EQUIPE**

**Raquel Costa da Silva Nascimento**
Assistente Técnico de Matemática

**PROFESSORES ELABORADORES**

Alan Jorge Ciqueira Gonçalves
Ângelo Veiga Torres
Daniel Portinha Alves
Fabiana Marques Muniz
Herivelto Nunes Paiva
Izabela de Fátima Bellini Neves
Jayme Barbosa Ribeiro
Jonas da Conceição Ricardo
José Cláudio Araújo do Nascimento
Reginaldo Vandré Menezes da Mota
Weverton Magno Ferreira de Castro