Matemática

Aluno

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada – 01

1° Série | 1° Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Série
Matemática	Ensino Médio	1°	1°
Habilidades Associadas			
- Identificar a localização de números naturais na reta numérica.			
- Reconhecer a escrita por extenso dos numerais.			
- Resolver problemas com números naturais envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão).			
- Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.			
- Associar o gráfico de uma função polinomial do 1º grau à sua representação algébrica ou vice-versa.			

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SOMANDO FORÇAS
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

Apresentação

A Secretaria de Estado de Educação elaborou o presente material com o intuito de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas de pesquisa, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e respectivos tutores – docentes preparados para incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A proposta de desenvolver atividades pedagógicas de aprendizagem autorregulada é mais uma estratégia pedagógica para se contribuir para a formação de cidadãos do século XXI capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas. Assim, estimula-se a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios da contemporaneidade, na vida pessoal e profissional.

Estas atividades pedagógicas autorreguladas propiciam aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências nucleares previstas no currículo mínimo, por meio de atividades roteirizadas. Nesse contexto, o tutor será visto enquanto um mediador, um auxiliar. A aprendizagem é efetivada na medida em que cada aluno autorregula sua aprendizagem.

Destarte, as atividades pedagógicas pautadas no princípio da autorregulação objetivam, também, equipar os alunos, ajudá-los a desenvolver o seu conjunto de ferramentas mentais, ajudando-o a tomar consciência dos processos e procedimentos de aprendizagem que ele pode colocar em prática.

Ao desenvolver as suas capacidades de auto-observação e autoanálise, ele passa a ter maior domínio daquilo que faz. Desse modo, partindo do que o aluno já domina, será possível contribuir para o desenvolvimento de suas potencialidades originais e, assim, dominar plenamente todas as ferramentas da autorregulação.

Por meio desse processo de aprendizagem pautada no princípio da autorregulação, contribui-se para o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para o aprender-a-aprender, o aprender-a-conhecer, o aprender-a-fazer, o aprender-a-conviver e o aprender-a-ser.

A elaboração destas atividades foi conduzida pela Diretoria de Articulação Curricular, da Superintendência Pedagógica desta SEEDUC, em conjunto com uma equipe de professores da rede estadual. Este documento encontra-se disponível em nosso site www.conexaoprofessor.rj.gov.br, a fim de que os professores de nossa rede também possam utilizá-lo como contribuição e complementação às suas aulas.

Estamos à disposição através do e-mail curriculominimo@educacao.rj.gov.br para quaisquer esclarecimentos necessários e críticas construtivas que contribuam com a elaboração deste material.

Secretaria de Estado de Educação

Caro aluno,

Neste documento você encontrará atividades relacionadas diretamente a algumas habilidades e competências do 1° Bimestre do Currículo Mínimo. Você encontrará atividades para serem trabalhadas durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, Aluno, desenvolva estes Planos de Curso na ausência do Professor da Disciplina por qualquer eventual razão. Estas atividades foram elaboradas a partir da seleção das habilidades que consideramos essenciais da 1° Série do Ensino Médio no 1° Bimestre.

Este documento é composto de um texto base, cuja leitura motivadora irá torná-lo capaz de compreender as principais ideias relacionadas a estas habilidades. Leia o texto e em seguida resolva as Fichas de Atividades. As Fichas de atividades devem ser aplicadas para cada dia de aula, ou seja, para cada duas horas/aulas. Para encerrar as atividades referentes a cada bimestre, ao final é sugerida uma pesquisa sobre o assunto.

Para cada Caderno de Atividades, iremos ainda fazer relações diretas com todos os materiais que estão disponibilizados em nosso site *Conexão Professor*, fornecendo, desta forma, diversos materiais de apoio pedagógico para que o Professor aplicador possa repassar para a sua turma.

Neste Caderno de atividades, iremos estudar um pouco sobre conjuntos. Na primeira parte iremos conhecer o conjunto dos números naturais e dos números inteiros, compreendendo como este assunto está relacionado à nossa vida. Em seguida, iremos aprender a reconhecer e construir os demais conjuntos numéricos. Abordaremos também o estudo das funções e a sua representação gráfica e algébrica, bem como análise e interpretação destes gráficos.

Um abraço e bom trabalho!

Equipe de Elaboração.

Sumário

Aula 1: Números Naturais e Inteiros

Caro aluno, nesta aula você estudará sobre os conjuntos dos números naturais e dos inteiros. O surgimento desses conjuntos deveu-se à necessidade do homem de contar objetos. Porém, outras necessidades, sendo práticas ou teóricas, levaram ao desenvolvimento de outros tipos de conjuntos. Em Matemática, é usual classificar os números em categorias, como veremos a seguir.

1 - CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS:

Indicaremos por $\mathbb{N}$ o conjunto dos números naturais e por $\mathbb{N}^*$ o conjunto dos números naturais não nulos, ou seja, excluindo o elemento 0 (zero) do conjunto.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, ...\}$$

Vamos observar os números que aparecem nas frases a seguir:

a) Maria comeu **3** pedaços de uma torta de maçã.

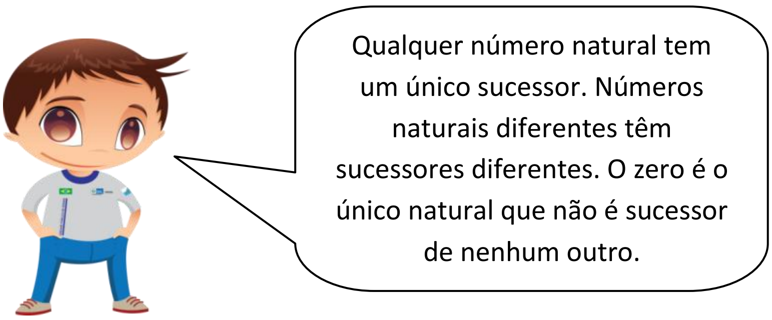
b) A costureira comprou **4** m de pano florido.

c) Em Porto Alegre a temperatura atingiu **12 °C**.

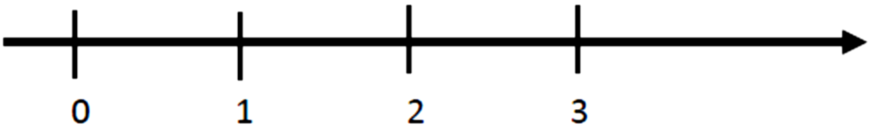
Nestas frases podemos ver a utilização que fazemos dos números naturais, todos os dias, sem perceber, sempre representando quantidades. Assim é desde os primórdios da nossa civilização.

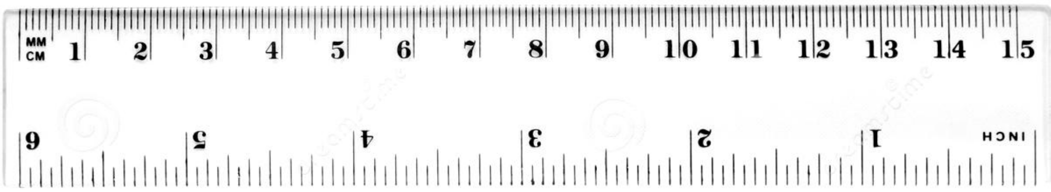
No conjunto $\mathbb{N}$ é possível efetuar a adição e a multiplicação, ou seja, a soma e o produto de dois números naturais resultam em um número natural. Já a subtração entre dois números naturais nem sempre é possível, como, por exemplo:

$$3 - 7 = \textbf{?}$$



O conjunto dos números naturais possui infinitos elementos e pode ser representado por uma reta numerada parecida com uma régua.





Fonte: http://thumbs.dreamstime.com/z/uma-r%C3%A9gua-de-15-cm-2341682.jpg

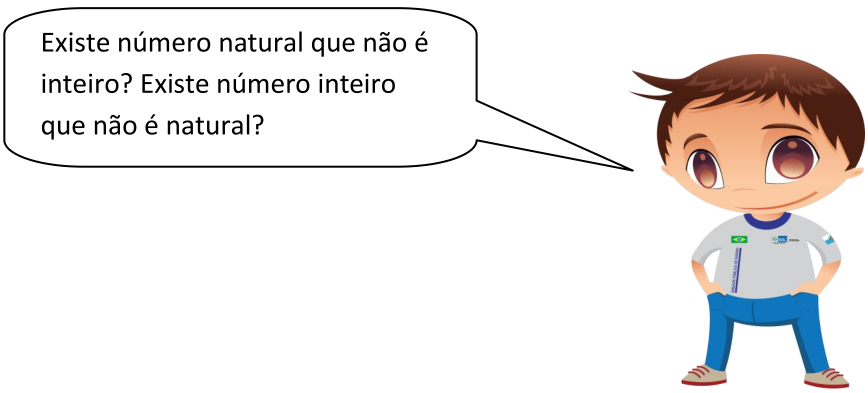
2 - CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS:

Denominamos conjunto dos números inteiros (e indicamos por $\mathbb{Z}$) o conjunto:

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Em $\mathbb{Z}$ é possível efetuar a adição, a multiplicação e a subtração, ou seja, a soma, o produto e a diferença de dois inteiros resultam em um número inteiro. Entretanto, a divisão de dois inteiros nem sempre resulta em um número inteiro, a saber:

$$20 : 7 = ?$$



Utilizamos os números inteiros para realizar várias atividades simples, como o cálculo do saldo bancário. Quando fazemos um depósito, significa que o saldo aumenta. Quando é feita uma retirada (saque), o saldo diminui.

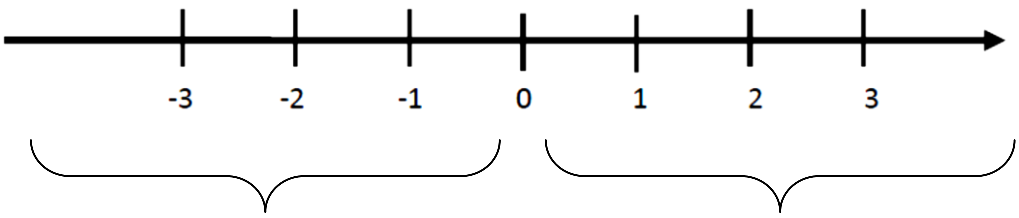
Exemplo 1

BANCO XXXX	EXTRATO DE CONTA CORRENTE	
AGÊNCIA 0000	DATA: 15/ 01/ 2013	HORA 13:00
CONTA 00000 - 0	DONO DA CONTA	
DATA	HISTÓRICO	VALOR
--------------------------JANEIRO/2013--------------------------		
01	SALDO	100,00
05	DEPÓSITO	50,00
06	SALDO	150,00
08	SAQUE	90,00
09	SALDO	60,00

Exemplo 2

BANCO XXXX	EXTRATO DE CONTA CORRENTE	
AGÊNCIA 0000	DATA: 20/ 03/ 2013	HORA 13:00
CONTA 00000 - 0	DONO DA CONTA	
DATA	HISTÓRICO	VALOR
--------------------------MARÇO/2013--------------------------		
01	SALDO	50,00
05	DEPÓSITO	50,00
06	SALDO	100,00
08	SAQUE	140,00
09	SALDO	-40,00

A representação geométrica do conjunto dos inteiros é feita a partir da representação de $\mathbb{N}$ na reta numerada; basta acrescentar os pontos correspondentes aos números negativos.



Números negativos Números positivos

Outra boa utilização para os $\mathbb{Z}$ (números inteiros), além da contagem de dinheiro, é a medição de objetos acima ou abaixo do nível do mar. Um ótimo exemplo dessa afirmação é o Cristo Redentor, que é uma das sete maravilhas do mundo moderno e fica a 709 metros acima do nível do mar, ou seja, tendo o mar como marco 0 a altura do Cristo é de + 709 metros.

FONTE: http://img.cancaonova.com/noticias/noticia/284678.jpg

Um bom exemplo de altitude negativa em relação ao mar é o Mar Morto. Localizado no Oriente Médio, ele fica 417 metros sob o nível do mar, ou seja, é o ponto mais baixo do Planeta Terra, com - 417 metros.

FONTE: http://4.bp.blogspot.com/_AzfLSiMG3vg/SeCYkMkBhTI/AAAAAAAAAc0/xO4gcp5yH8w/s400/mar_morto_2.jpg

2.1 - NÚMEROS INTEIROS OPOSTOS:

Dois números inteiros são chamados de opostos (ou simétricos) quando sua soma é zero. Assim, geometricamente, são representados na reta por dois pontos que possuem mesma distância da origem. Por exemplo, os números 2 e -2 são opostos ou simétricos.

2.2 - MÓDULO DE UM NÚMERO INTEIRO:

O módulo, ou valor absoluto, de um número inteiro x é indicado pela notação $|x|$. Acompanhe os exemplos:

$$|7| = 7$$

$$|-7| = 7$$

Atividade 1

01. José foi ao restaurante com R$ 30,00 na carteira querendo uma refeição completa, que deve conter uma salada, um prato principal, uma bebida e uma sobremesa. Dê exemplos de possibilidades de refeições completas que José poderá pagar.

SALADA	PRATO PRINCIPAL	BEBIDA	SOBREMESA
ALFACE E TOMATE --- R$ 6,00	MASSA ------------- R$18,00	ÁGUA ---------------- R$2,00	DOCE ----------------- R$4,00
LEGUME -----------------R$ 4,00	PEIXE -------------- R$ 20,00	SUCO --------------- R$ 8,00	FRUTA --------------- R$ 2,00
PEPINO ------- R$ 8,00	CARNE BOVINA -- R$ 24,00	REFRIGERANTE ---- R$ 4,00	SORVETE ------------ R$ 6,00

02. Classifique as afirmações abaixo em certas ou erradas.

a) ( ) Todo número natural tem um antecessor em $\mathbb{N}$.

b) ( ) Todo número inteiro tem um antecessor em $\mathbb{Z}$.

c) ( ) Todo número natural tem sucessor em $\mathbb{N}$.

d) ( ) Todo número inteiro tem um sucessor em $\mathbb{Z}$.

e) ( ) Existe um número natural que é maior que todos os demais.

f) ( ) Existe um número natural que é menor que todos os demais.

g) ( ) Existe um número inteiro que é maior que os demais.

h) ( ) Existe um número inteiro que é menor que os demais.

03. Observe a tabela e encontre o saldo de gols de cada seleção.

SELEÇÃO	GOLS PRÓ	GOLS CONTRA	SALDO DE GOLS
Argentina	13	7	
Brasil	14	3	
Colômbia	9	6	
Equador	10	10	
Paraguai	7	15	

04. Escreva o conjunto expresso pela propriedade:

a) x é um número natural ímpar.

b) x é um número inteiro menor do que 8.

c) x é um número natural múltiplo de 6 e menor do que 40.

d) x é um número inteiro tal que $x^2 - 25 = 0$.

05. Considere os conjuntos $A = \{ x \in \mathbb{Z} / x \geq -2\}$ e $B = \{ x \in \mathbb{Z} / x - 3 < 0\}$. O conjunto $A \cap B$ possui quantos elementos?

Aula 2: Operações com números naturais e inteiros

Agora que já sabemos como os números naturais e inteiros são importantes em nosso dia a dia, é fácil compreender a importância de estudá-los! Nesta aula, iremos aprender a realizar algumas operações com estes conjuntos.

1 - OPERAÇÕES EM $\mathbb{N}$:

No conjunto dos números naturais, são definidas duas operações fundamentais: a adição e a multiplicação, ou seja, sempre que somarmos ou multiplicarmos dois números naturais, o resultado será um número natural.

Neste conjunto são válidas as seguintes propriedades:

PROPRIEDADE 1: Associativa da adição.

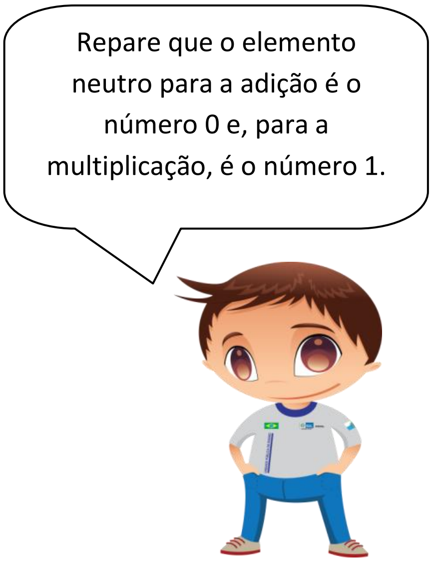
$$(2 + 5) + 7 = 2 + (5 + 7)$$

PROPRIEDADE 2: Comutativa da adição.

$$2 + 3 = 3 + 2$$

PROPRIEDADE 3: Elemento neutro da adição.

$$5 + 0 = 5$$



PROPRIEDADE 4: Associativa da multiplicação.

$$(2 \,.\, 5) \,.\, 7 = 2 \,.\, (5 \,.\, 7)$$

PROPRIEDADE 5: Comutativa da multiplicação.

$$2 \,.\, 3 = 3 \,.\, 2$$

PROPRIEDADE 6: Elemento neutro da multiplicação.

$$5 \,.\, 1 = 5$$

PROPRIEDADE 7: Distributiva da multiplicação relativamente à adição.

$$2 \,.\, (5 + 7) = 2 \,.\, 5 + 2 \,.\, 7$$

2 - OPERAÇÕES EM $\mathbb{Z}$:

No conjunto dos números inteiros, são válidas as operações de adição e multiplicação que apresentamos para os naturais e a propriedade:

PROPRIEDADE 8: Simétrico ou oposto para a adição.

$$5 + (-5) = 0$$

Não vamos esquecer! Para adicionar números negativos, nós adicionamos os valores absolutos e damos ao resultado o sinal negativo. Podemos, assim, interpretar como em uma soma de dívidas. Observe o exemplo abaixo:

BANCO XXXX	EXTRATO DE CONTA CORRENTE	
AGÊNCIA 0000	DATA: 20/ 06/ 2013	HORA 13:00
CONTA 00000 - 0	DONO DA CONTA	
DATA	HISTÓRICO	VALOR
---------------------------JUNHO/2013---------------------------		
01	SALDO	- 90,00
05	SAQUE	- 10,00
06	SALDO	- 100,00

Observe que -90 + (-10) = -100.

Para adicionar um número positivo com um negativo, nós subtraímos os valores absolutos e damos ao resultado o sinal do número de maior valor absoluto. Caso sejam números opostos, a soma é zero.

- (+50) + (-40) = 50 - 40 = + 10 (O resultado apresenta sinal positivo, pois o número de maior valor é +50)
- (- 600) + (+100) = - 600 + 100 = - 500 (O resultado apresenta sinal negativo, pois o número de maior valor é - 500)
- (+10) + (-10) = 0

Agora, veremos como operar as multiplicações ou divisões. A regra é muito simples, pois, para multiplicar números com sinais opostos, multiplicamos os valores absolutos e atribuímos ao resultado o sinal negativo. E, para números com sinais iguais, multiplicamos os valores absolutos e damos ao produto sinal positivo.

SINAIS		RESULTADO PARA MULTIPLICAÇÃO OU DIVISÃO
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

3 – DIVISIBILIDADE:

Dizemos que um inteiro *a* é divisor do inteiro *b*, quando existe um inteiro *c* tal que *c.a* = *b*. Exemplo:

2 é divisor de 12, pois 6 . 2 = 12

Atividade 2

01. Complete cada sentença abaixo com um número x para que estejam de acordo com as propriedades estudadas.

a) Comutativa da adição.

x + 8 = 8 + 2 X = ________

b) Comutativa da adição.

x + 8 = 8 + x X = ________

c) Distributiva da multiplicação relativamente à adição.

3 . (7 + x) = 3 . 7 + 3 . 5 X = ________

d) Associativa da multiplicação.

(2 . 3) . x = 2 . (3 . 7) X = ________

02. Um carro com 4 passageiros fez um percurso passando por quatro bairros. No primeiro, desceram 2 passageiros e subiu 1; no segundo, subiu 1 e desceram 3; no terceiro, subiram 2; no quarto bairro, desceram 2 passageiros e subiu 1.

a) Escreva uma expressão numérica que represente essa movimentação de subida e descida de passageiros, utilizando o sinal positivo para o número de passageiros que sobem e o sinal negativo para o número de passageiros que descem.

____

b) Calcule quantos passageiros continuam no carro após passar pelo último bairro.

____
____
____

03. Uma prova é composta por 50 questões. Cada resposta certa vale (+8) pontos, cada resposta errada vale (-2) pontos e cada resposta em branco vale 0 ponto. Um aluno que acerta 18 questões e deixa 12 em branco obtém que nota?

____
____
____

04. Cada expressão abaixo tem como resultado um número inteiro. Determine o valor de cada item:

a) 12 - 8 : 4 + 16 : (- 8) =

b) (-1) . 5 + 5 : (-5) - (-4) =

05. Considere dois números inteiros *a* e *b*, positivos. Determine se o resultado das operações abaixo é maior, menor ou igual a zero.

a) a . b

b) a . (-b)

c) (- a) . b

d) (-a) . (-b)

e) - (-a) . b

f) - (-a) . (-b)

Aula 3: Números Racionais

Nesta aula iremos estudar os números racionais. Indicaremos por números racionais ($\mathbb{Q}$) todo aquele que pode ser representado por uma razão entre dois números inteiros, sendo o segundo não nulo, ou seja, todo número que possa ser escrito em forma de fração, desde que o denominador não seja 0 (zero).

$5 = \frac{5}{1}$ | $0{,}3 = \frac{3}{10}$ | $4{,}1387 = \frac{41387}{10\,000}$ | $2{,}0454545... = \frac{45}{22}$ | $0{,}777... = \frac{7}{9}$

1 - REPRESENTAÇÃO DECIMAL DAS FRAÇÕES:

Quando temos um número racional e queremos escrevê-lo na forma decimal, devemos efetuar a divisão do numerador pelo denominador. Com essa operação podemos obter dois casos:

CASO 1: O número decimal obtido possui, após a vírgula, uma quantidade **finita** de algarismos. São os chamados decimais exatos.

$\frac{2}{5} = 0{,}4$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 0{,}4 \end{array}$$

CASO 2: O número decimal obtido possui uma infinidade de algarismos após a vírgula. São os chamados decimais periódicos ou dízimas periódicas.

$\frac{167}{66} = 2{,}530303030..$

$$\begin{array}{r|l} 167 & 66 \\ \cline{2-2} 350 & 2{,}5303030... \\ 200 & \\ 200 & \\ ... & \end{array}$$

O conjunto $\mathbb{Q}$ também faz parte de nossas vidas. Muitas vezes, quando vamos ao mercado, encontramos decimais exatos para determinar preços de algumas mercadorias.

Fonte: http://s02.video.glbimg.com/x240/2499145.jpg

Outra boa aplicação para o decimal exato é a tarifa de ônibus, que é composta por uma parte inteira e duas casas decimais.

Fonte: http://oglobo.globo.com/in/8753828-810-db9/FT631A/onibus-tarifa-reduzida.jpg

2 - OPERAÇÕES EM $\mathbb{Q}$:

No conjunto dos números racionais, são válidas as operações de adição e multiplicação que apresentamos para os inteiros e a propriedade:

PROPRIEDADE 9: Todo número racional diferente de zero possui um elemento inverso.

O inverso do número 3 é o número $\frac{1}{3}$.

Não vamos esquecer! Sejam a, b, c e d números inteiros e diferentes de zero, para efetuar as quatro operações no conjunto $\mathbb{Q}$, procedemos da seguinte forma:

- Adição: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ac + cb}{bd}$

  Exemplo: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ac + cb}{bd} =$

- Subtração: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd} = \frac{ac - cb}{bd}$

  Exemplo: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd} = \frac{ac - cb}{bd}$

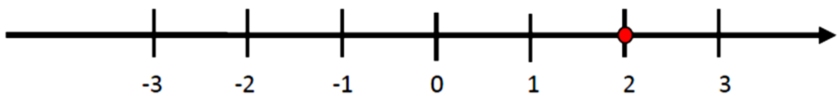
- Multiplicação : $\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$

  Exemplo: $\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$

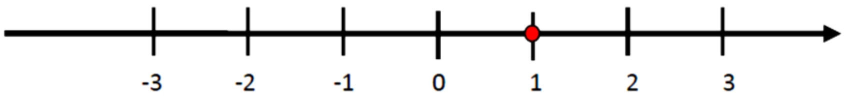
- Divisão: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} . \frac{d}{c} = \frac{a\,.\,b}{d\,.\,c}$

  Exemplo: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} . \frac{d}{c} = \frac{a\,.\,b}{d\,.\,c}$

Assim como representamos os números naturais e inteiros na reta numérica, também podemos representar os números racionais. Para marcar um ponto entre os números 0 e 3 em uma reta dos números inteiros, você poderia marcar assim:



Ou assim:

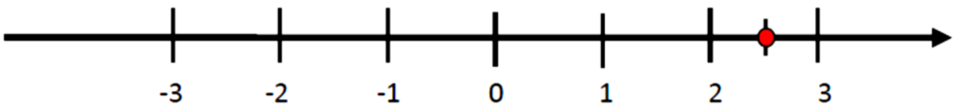


Observe que, entre dois números inteiros quaisquer não consecutivos, há um número finito de números inteiros. No entanto, como você marcaria o número $\frac{5}{2}$, sabendo que na reta dos números inteiros não é possível?

1°PASSO: Encontramos a representação decimal da fração dada.

$$\begin{array}{r|l} 5 & \underline{2\quad} \\ 0 & 2{,}5 \end{array}$$

2°PASSO: Desenhamos a reta dos números inteiros e localizamos o número 2,5. Podemos ver que o número encontrado localiza-se na metade da distância entre os números 2 e 3, tendo, assim, uma representação geométrica para o conjunto dos números racionais.



Logo, temos que, entre dois números racionais quaisquer, é possível encontrar um número racional.

Atividade 3

01. Escreva os números racionais abaixo na sua representação decimal.

a) $\frac{7}{10}$ = ____________

b) $\frac{37}{1000}$ = ____________

c) $\frac{-8}{5}$ = ____________

d) $\frac{5}{3}$ = ____________

e) - $\frac{41}{25}$ = ____________

02. Responda:

a) Qual número que, somado a $\frac{3}{4}$, é igual a zero? _____________________

b) Qual número que, somado a $\frac{4}{5}$, é igual a $\frac{8}{10}$? ________________________

c) Qual número que, multiplicado por $\frac{3}{5}$, é igual a 1? ____________________

03. Desenhe uma reta em relação a cada item e localize:

a) Os pontos que representam os números inteiros de -5 a 5.

b) Os números racionais $\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{5}$, 1,5, -3,5, $\frac{7}{10}$, $-\frac{7}{10}$ e $\frac{1}{9}$.

04. Ache um número racional entre $-\frac{17}{5}$ e $-\frac{33}{10}$.

Aula 4: Números Irracionais.

Assim como existem números decimais que podem ser escritos como frações, ou seja, o conjunto dos números racionais que acabamos de estudar, existem, também, números que não admitem representação fracionária. Trata-se dos números decimais não exatos que possuem representação infinita não periódica, chamado conjunto dos números irracionais $\mathbb{I}$. Vejamos alguns exemplos:

1,203040...	$\sqrt{2}$ = 1,4142135...	$\sqrt{3}$ = 1,7320508...	π = 3,141592...

1 - PROPRIEDADE DOS NÚMEROS IRRACIONAIS:

Para compreendermos um pouco mais sobre o conjuntos dos números irracionais, vamos apresentar a seguir algumas propriedades muito utilizadas nos cálculos que envolvem os elementos deste conjunto. Observe:

PROPRIEDADE 1:

A soma de um número racional com um número irracional é um número irracional.

$$1 + \sqrt{2} = 2,\ 4142135...$$

PROPRIEDADE 2:

A diferença entre um número racional e um número irracional, em qualquer ordem, é um número irracional.

PROPRIEDADE 3:

O pruduto de um número racional não nulo por um número irracional é um número irracional.

$$2 \cdot \sqrt{3} = 3,464101...$$

PROPRIEDADE 4:

O quociente de um número racional não nulo por um número irracional é um número irracional.

$$12 : \sqrt{6} = 4,\ 898979...$$

1.1 – O NÚMERO PI (π):

O número irracional pi (π = 3,141592...) está presente em todos os lugares do nosso cotidiano. O movimento das ondas em uma praia, o aparente trajeto diário das estrelas no céu, o movimento das engrenagens e rolamentos, a propagação dos campos eletromagnéticos, entre outros fatos curiosos, estão associados às idéias de simetria circular e esférica. Ele é uma das constantes universais da Matemática.

Fonte: http://thumbs.dreamstime.com/z/engrenagens-e-rodas-denteadas-noir-23602827.jpg

Atividade 4

01. Assinale a afirmaçao falsa.

(A) A soma de dois números naturais quaisquer é um número natural.

(B) A soma de dois números inteiros quaisquer é um número inteiro.

(C) A somo de dois números racionais quaisquer é um número racional.

(D) A soma de dois números irracionais quaisquer é um número irracional.

02. Assinale o número irracional:

(A) 0,7

(B) 0,77

(C) 0,77555...

(D) 0,71727374...

03. A fração que equivale a um número decimal não exato é:

(A) $\frac{7}{8}$

(B) $\frac{4}{25}$

(C) $\frac{5}{6}$

(D) $\frac{33}{40}$

04. Assinale a afirmação verdadeira:

(A) 0,313131... é um número natural.

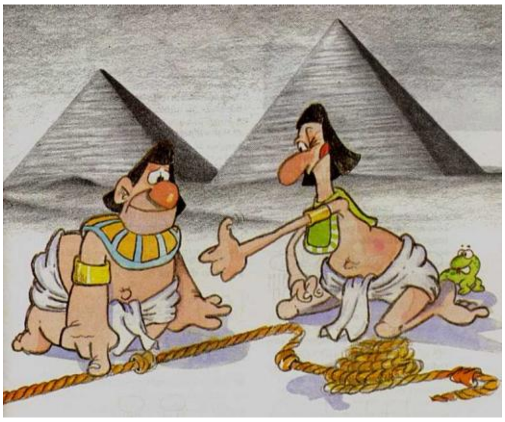
(B) 5, 47 é um número inteiro.

(C) 5, 171717... é um número irracional.

(D) 4, 262626... é um número racional.

Aula 5: Operações

Na aula de hoje, vamos estudar um pouco sobre as operações com números racionais e suas aplicações no cotidiano. Os racionais surgiram no Egito pela necessidade das pessoas de medirem as terras. Na hora das medições, eles usavam uma corda com vários nós separados pela mesma distância. Geralmente, eles não conseguiam um número inteiro. Devido a esta circunstância, foram criadas as frações, para medir de uma forma mais eficiente.



Fonte: http://educar.sc.usp.br/licenciatura/2003/hm/page03.htm

Os números racionais aparecem frequentemente em nosso cotidiano, nos auxiliando a entender certas atividades simples, como, por exemplo, a pesagem de objetos, a verificação de nossa altura, o registro dos preços no supermercado, entre outras ações. São as operações com racionais que nos ajudam a entender melhor o funcionamento dessas pequenas atividades na sociedade.

É simples, veja os exemplos a seguir:

EXEMPLO 01:

Mauro tinha R$ 8,50. Passando próximo do mercado, ele pegou um encarte com os seguintes preços:

Fonte: http://www.cruzetaemfoco.com/?cat=13

a) Será que, com o dinheiro que tem, Mauro consegue comprar um 1 Kg de Mortadela e 1 Coca Cola 2l? Quanto ele terá de troco se ele comprar 1 Kg de Arroz?

Resolução: Note que, se somarmos os valores das mercadorias, teremos o seguinte valor:
3,45 + 3,99 = 7,44. Então, o valor encontrado na soma é menor que o valor que Mauro tem. Logo, ele consegue comprar o desejado com a quantia que possui. Se ele comprar 1 kg de arroz, para calcular o troco devemos calcular a diferença do valor do arroz e do dinheiro de Mauro. Ou seja: 8,50 – 2,45 = 6,05.

b) Com o dinheiro que Mauro tem, ele consegue comprar 5 Kg de Arroz e 2 pacotes de Café?

Resolução: Para saber se ele vai conseguir comprar ou não, temos que calcular o quanto Mauro vai gastar nas compras. Para isso, não basta somar os valores, pois, se ele quer comprar mais de uma mercadoria, precisa saber quanto custa o total que deseja. Temos que multiplicar os preços da cada mercadoria pela quantidade. Assim, temos: 2,45 X 5 = 12,25 e 2,35 X 2 = 4,70. Depois de multiplicar, somamos os valores e teremos 16,95. Então podemos ver que o valor que Mauro tem é insuficiente.

EXEMPLO 02:

Dos moradores de São Gonçalo, 1/3 deve votar em Maria de Jesus para prefeita e 3/5 devem votar em Lucio do Mundão. Agora, responda:

a) Que fração da população votará nesses dois candidatos?
b) Que fração da população não votará em nenhum desses candidatos?

Resolução:

Para descobrir a quantidade de pessoas que irão votar nos dois candidatos, temos que somar as frações. Encontre o m.m.c de 3 e 5, que é 15; em seguida, some as frações, encontrando:

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{5}=\frac{1\times 5}{15}+\frac{3\times 3}{15}=\frac{5+9}{15}=\frac{14}{15}$$

O resultado encontrado foi de 14/15. Nessas condições, falta 1/15 para encontrarmos 15/15. Logo, 1/15 é o grupo que falta votar.

EXEMPLO 3:

A rodovia que liga a cidade trigonometria com a cidade Álgebra tem 900 km de extensão e está sendo pavimentada. Responda:

Fonte: http://www.netseg.com.br/not.php?id=6469

a) Quando chegarem a 5/6 da obra, quantos km de rodovia eles terão pavimentado?
b) Quantos km representam 1/4 dessa rodovia?

Resolução:

Para saber o quanto eles já pavimentaram, basta fazer o seguinte cálculo: multiplique a extensão da rodovia pela fração.

$$900\ \times \frac{5}{6}=\frac{4500}{6}=\ 750$$

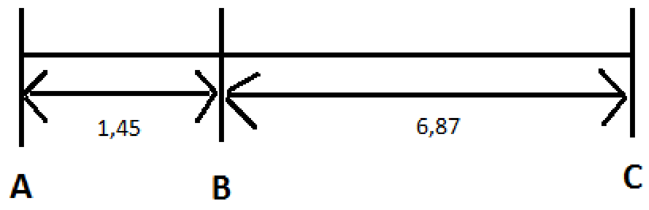
Repita o procedimento anterior para obter a resposta.

$$900 \times \frac{1}{4} = \frac{900}{4} = 225$$

Agora temos de verificar se você aprendeu. Resolva os exercícios abaixo e, em caso de dúvidas, retorne aos exemplos.

Atividade 5

01. O esquema abaixo indica a distância entre A e B, e a distância entre B e C. Calcule, então, a distância entre A e C.

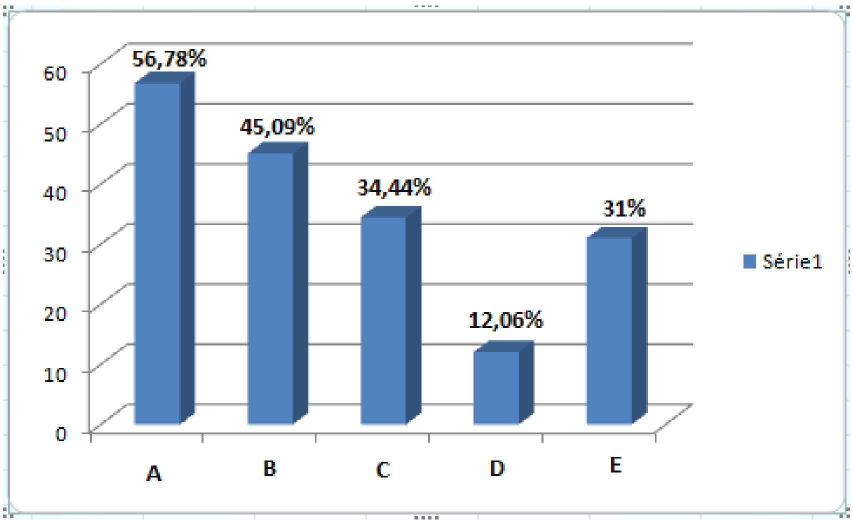


02. Osvaldo tem R$ 45,00, Marcos tem R$ 15,50 a menos que Osvaldo, e José têm R$ 48,90 a mais que Marcos. Quanto têm os três juntos?

____

____

03. Esse é o gráfico do crescimento das empresas de certa cidade do Rio de Janeiro. Com base nessas informações, determine:



a) Qual a diferença da empresa que cresceu mais para a que cresceu menos?

____

____

b) Qual a diferença da empresa A para empresa B?

____

____

c) Qual será o valor se somarmos todas as empresas?

____

____

04. O terreno de Luciano tem área de $180m^2$. Depois da construção de um muro, a área total diminuiu 1/30 do total. Qual é a nova área total desse terreno depois da construção do muro?

____

____

05. Nas eleições do ano passado, o vereador João Mariola teve 1/5 dos votos e Marta das Neves teve 3/7 dos votos de uma comunidade. Determine:

a) A fração que representa o total de votos dessa comunidade;

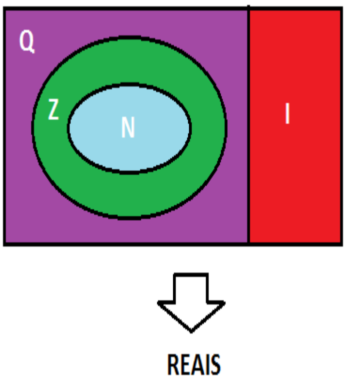
____

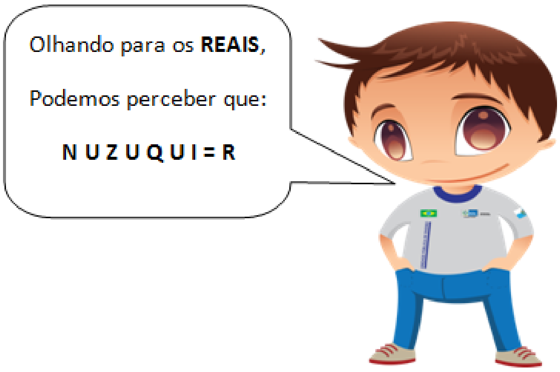
b) A fração das pessoas que não votaram em nenhum dos dois candidatos.

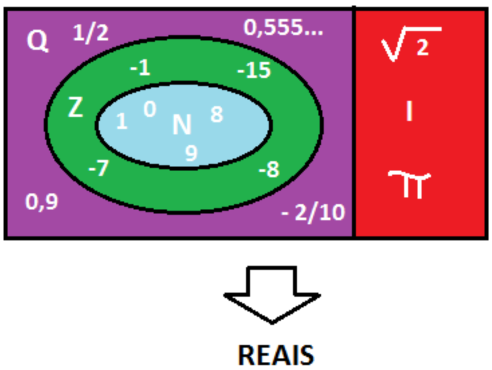
____

Aula 6: Conjunto dos Reais.

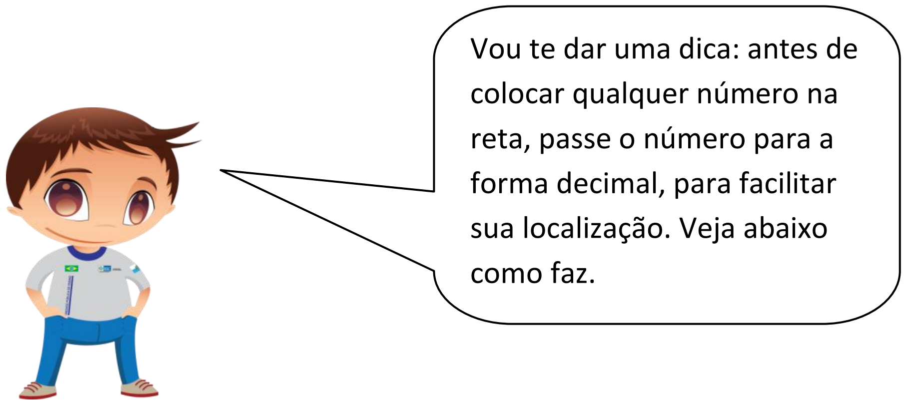
Na aula de hoje, estudaremos os conjuntos dos números reais, esse conjunto é a união dos naturais, inteiros, racionais e irracionais, como mostra a figura abaixo.







Observe esses números reais colocados em uma reta. Todos os pontos dessa reta são um número real colocado, em ordem crescente, da direita para esquerda.



No caso das frações, basta dividir o numerador pelo denominador. Observe a seguinte fração: $\frac{3}{2} = 1{,}5$

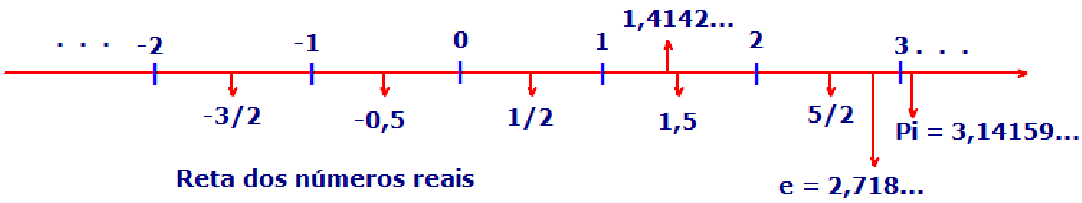
3	2
10	1,5
0	

Nas raízes, temos uma fórmula especial para calcular o valor aproximado. Preste bastante atenção:

- $\sqrt{n} = \frac{n+p}{2 \times \sqrt{p}}$, onde **n** é o numero dentro da raiz e **p** é a raiz exata mais próxima do número.

Observe o exemplo abaixo, no qual n = 5:

$$\sqrt{5} = \frac{5+4}{2 \times \sqrt{4}} = \frac{5+4}{2 \times 2} = \frac{9}{4} = 2{,}25.$$



Fonte: http://maurohocoelho.blogspot.com.br/

1 – EXEMPLOS DE APLICAÇÕES:

EXEMPLO 01:

Escreva os números Reais a seguir em ordem crescente: $\sqrt{2}$, $\frac{4}{10}$, $-\sqrt{8}$, $\frac{5}{9}$.

Resolução:

Para escrever os números em ordem crescente, é necessário escrevê-los na forma decimal. Se tiver dúvidas, retome os exemplos anteriores.

1°) $\sqrt{2} = \frac{2+1}{2 \times \sqrt{1}} = \frac{2+1}{2 \times 1} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

2°) $\frac{4}{10} = 0{,}4$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 10 \\ \hline 40 & 0{,}4 \\ 0 & \end{array}$$

3°) $-\sqrt{8} \cong -2{,}8$

$$\sqrt{8} = \frac{8+9}{2 \times \sqrt{9}} = \frac{8+9}{2 \times 3} = \frac{17}{6} = 2{,}8333\ldots$$

4°) $\frac{5}{9} = 0{,}555\ldots$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 9 \\ \hline 50 & 0{,}555\ldots \\ 50 & \\ 50 & \\ \vdots & \end{array}$$

Escrevendo os números em ordem crescente, temos: $-\sqrt{8}, \frac{4}{10}, \frac{5}{9}, \sqrt{2}$.

EXEMPLO 02:

Classifique as afirmações em verdadeiro (V) ou falso (F):

(F) Todo natural tem um antecessor natural.
(V) Todo racional é real.
(V) Todo número inteiro tem um sucessor inteiro.
(F) Todo racional é um irracional.
(V) Q ∩ I = ∅

Resolução:

(F) O número zero tem como antecessor o número -1, que não é um natural.
(V) O conjunto dos números reais é formado pela união dos números racionais e irracionais.
(V) Para qualquer número inteiro sempre existirá um sucessor inteiro.
(F) Um número será racional ou irracional.
(V) Não existe um número que seja ao mesmo tempo racional e irracional.

EXEMPLO 03:

Localize os seguintes números na reta abaixo:

$$\frac{-3}{4}\ ;\ -\sqrt{3};\ \frac{4}{5};\ \ 2{,}1;\ \ \pi.$$

Resolução:

Resolvendo da mesma forma que o exemplo 1, temos:

$\frac{-3}{4} = \ -0{,}75$

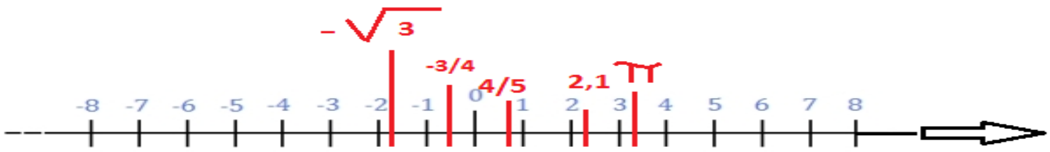
$-\sqrt{3}\ \cong -1{,}7$

$\frac{4}{5} = 0{,}8$

$2{,}1$

$\pi\ \cong 3{,}1415\ \ldots$

Em seguida, coloque os valores encontrados na reta.



Fonte: http://www.bussolaprofissional.com.br/JoaoLucas_Matematica_20081215.asp

Agora temos de verificar se você aprendeu. Resolva os exercícios abaixo e, em caso de dúvidas, retorne aos exemplos.

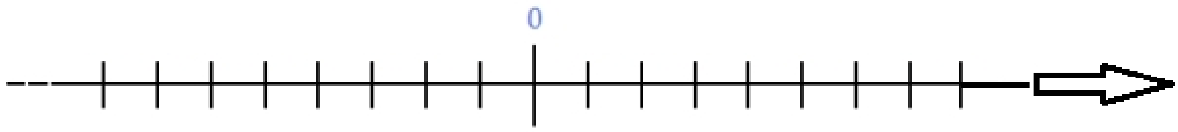
Atividade 6

01. Escreva na ordem crescente, ou seja, do maior para o menor, os seguintes números: $\sqrt{5},\ \frac{7}{9},\ \frac{4}{10},\ \pi,\ 0{,}666\ \ldots$

____

____

02. Enumere a reta abaixo e localize os seguintes números: $-\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}$, $1{,}333\ldots$



03. Dado o conjunto A = { $\frac{-1}{4}$, $\frac{7}{9}$, $-\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$}, determine:

a) O menor número do conjunto A;

____

b) O maior número do conjunto A;

____

c) Coloque na ordem crescente;

____

d) Quais desses números são racionais?

____

04. Coloque o sinal de maior ($>$) e de menor ($<$):

a) 0,876... _____ 0,888...

b) 4,132 ____ 4,222

c) $\frac{7}{8}$ _____ $\frac{3}{5}$

d) 1,5 ______ $\frac{8}{5}$

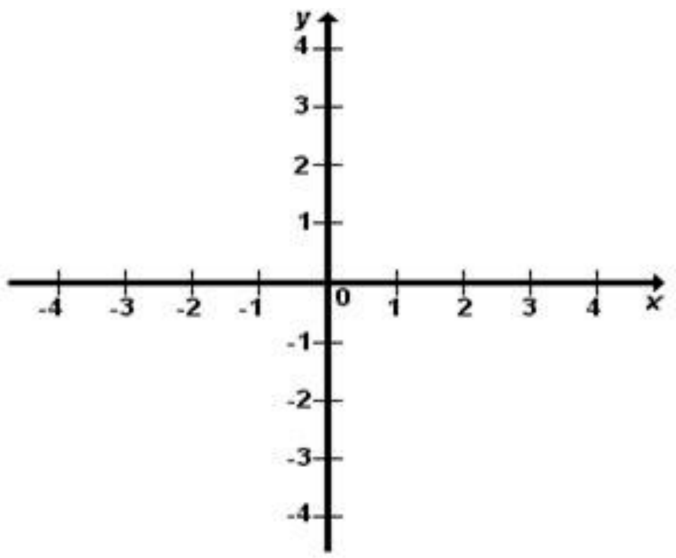
Aula 7: Plano Cartesiano

Caro aluno, nesta atividade iremos conhecer o Plano Cartesiano. O Plano recebe este nome em homenagem ao seu criador, o matemático René Descartes. De acordo com este famoso matemático, podemos definir o plano cartesiano da seguinte forma:

O plano cartesiano é formado por duas retas perpendiculares, uma horizontal que recebe o nome de eixo das abscissas (eixo x) e uma reta vertical que recebe o nome de eixo das ordenadas (eixo y). Cada reta é numerada, sendo o ponto de interseção dessas duas retas chamado origem.

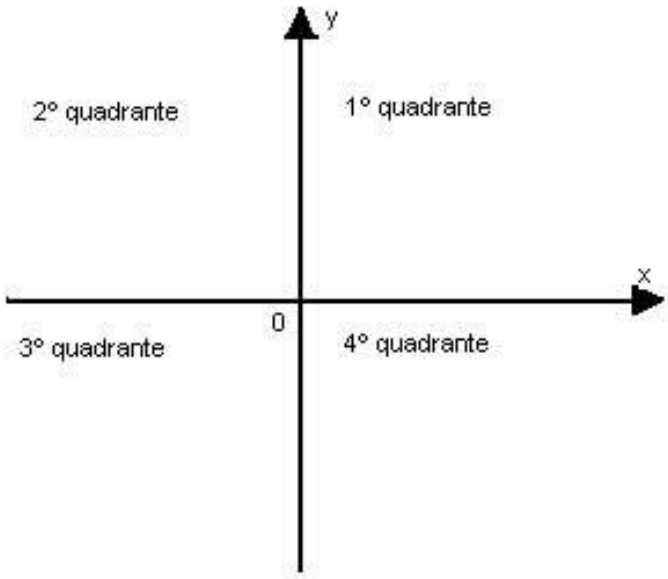
I – PLANO CARTESIANO:

A figura a seguir representa um plano cartesiano. Note que temos uma reta horizontal designada eixo das abscissas, ou eixo X, e uma reta vertical chamada eixo das ordenadas, ou eixo Y. Cada eixo é formado por números positivos e negativos, tendo o zero ao centro. Observe:



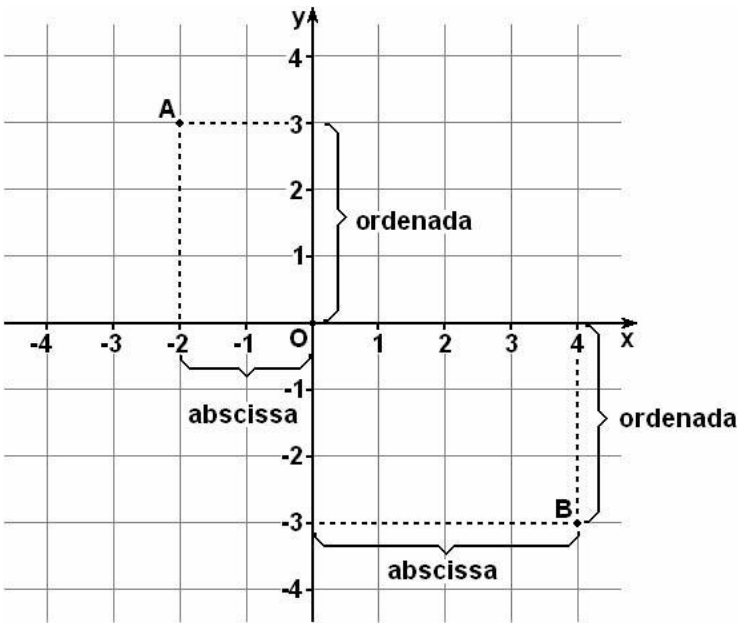
Fonte: http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/plano-cartesiano.htm

Você pode observar que o Plano Cartesiano divide-se em quatro partes, que chamaremos de quadrantes:



Fonte: http://www.brasilescola.com/matematica/plano-cartesiano.htm

Para representar um ponto no Plano Cartesiano, iremos utilizar a seguinte representação A (x, y). Isto significa que o ponto A se localiza na direção (x, y). Observe o exemplo abaixo:



Fonte: http://www.pensevestibular.com.br/videos/o-plano-cartesiano

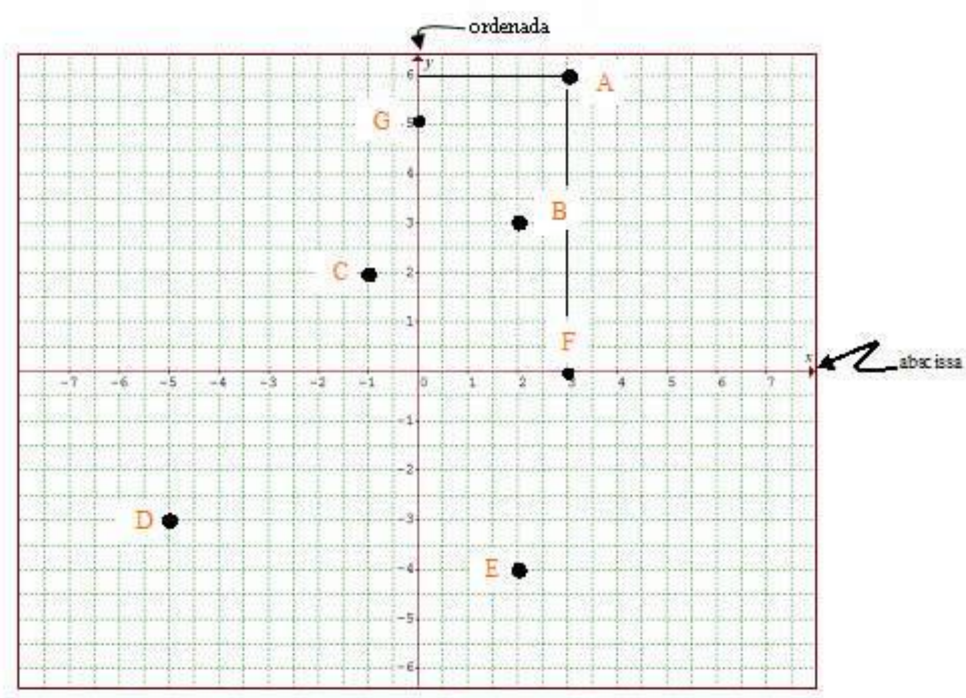
Perceba que o ponto A tem as coordenadas (- 2, 3), ou seja, x = - 2 e y = 3. Ainda sobre a localização das coordenadas no Plano Cartesiano, é importante ressaltar algumas observações:

1. O ponto (3, 4) é diferente do ponto (4, 3). **Não se esqueça!!** O primeiro valor se refere ao eixo x e o segundo ao eixo y.

2. O ponto (0,3) será representado exatamente sobre o ponto y = 3, no eixo y.

EXEMPLO 01:

Dado o plano cartesiano, observe os pares ordenados representados:



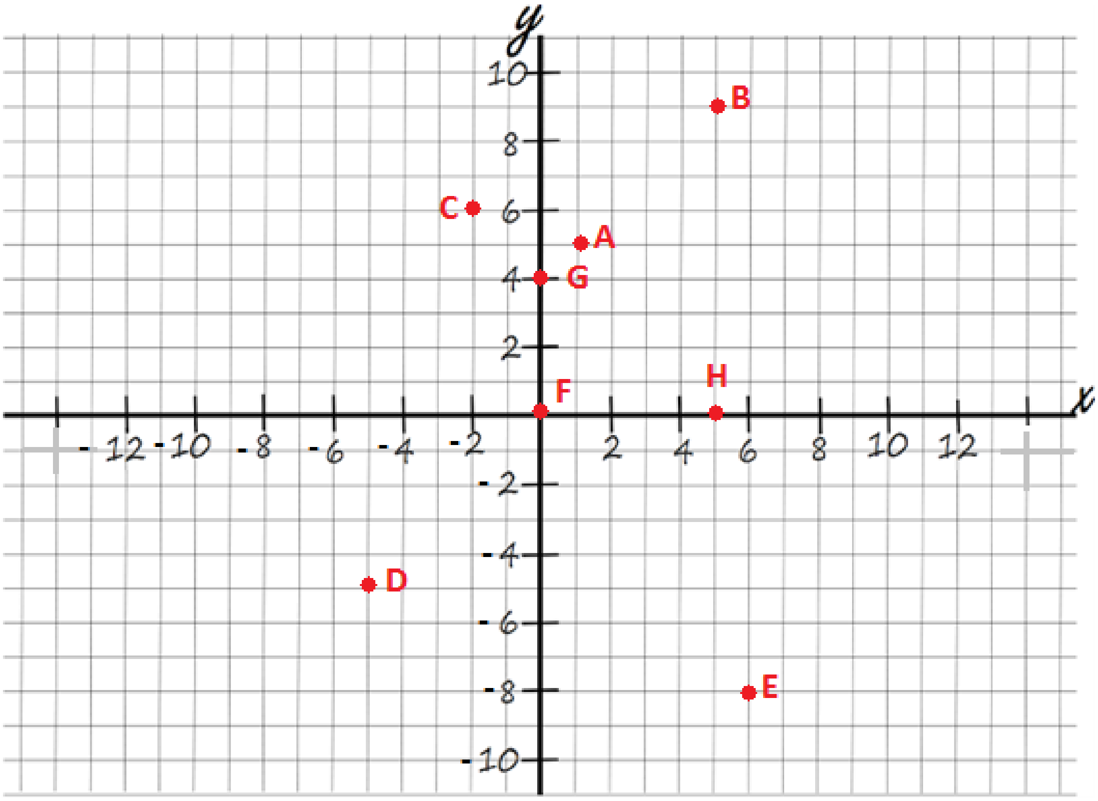
Fonte: http://www.brasilescola.com/matematica/plano-cartesiano.htm

A (3,6) B (2,3) C (-1,2) D (-5,-3)

E (2,-4) F (3,0) G (0,5)

EXEMPLO 02:

Dados os pares ordenados A (1,5), B (5,9), C (-2,6), D (-5,-5), E (6,-8), F (0,0), G (0,4), H (3,0), observe a localização no plano cartesiano:



Fonte: http://cienciasdejoseleg.blogspot.com.br/2012/02/sistema-de-coordenadas.html

Agora que já sabemos representar as coordenadas no Plano Cartesiano, vamos exercitar nossos conhecimentos.

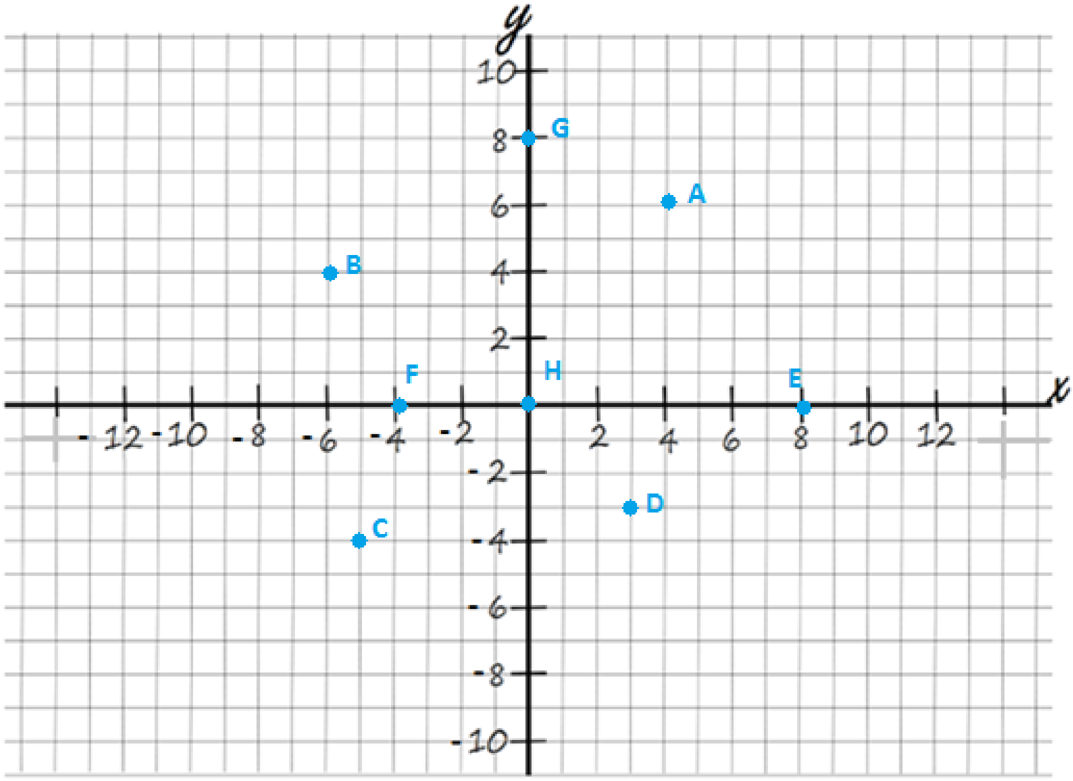
Atividade 7

01. Identifique cada uma das Coordenadas de cada ponto abaixo:

A (____ , _____)   B (____ , _____)   C (____ , _____)

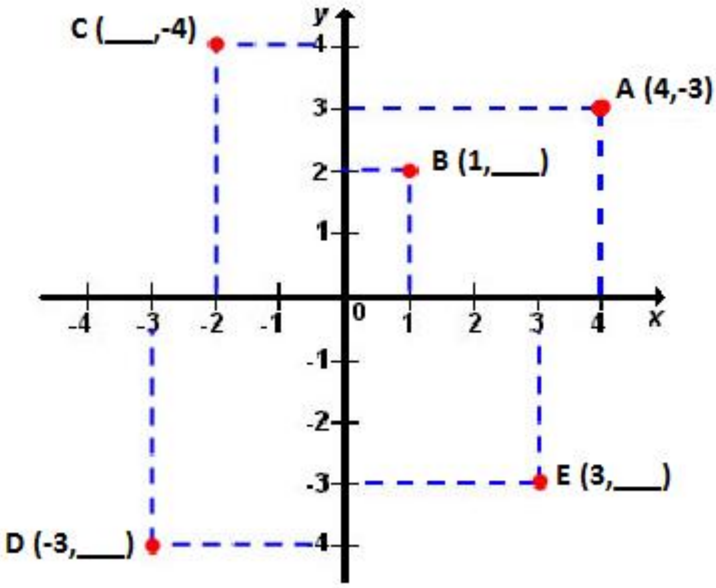
D (____ , _____)   E (____ , _____)   F (____ , _____)

G (____ , _____)   H (____ , _____)



Fonte: http://cienciasdejoseleg.blogspot.com.br/2012/02/sistema-de-coordenadas.html

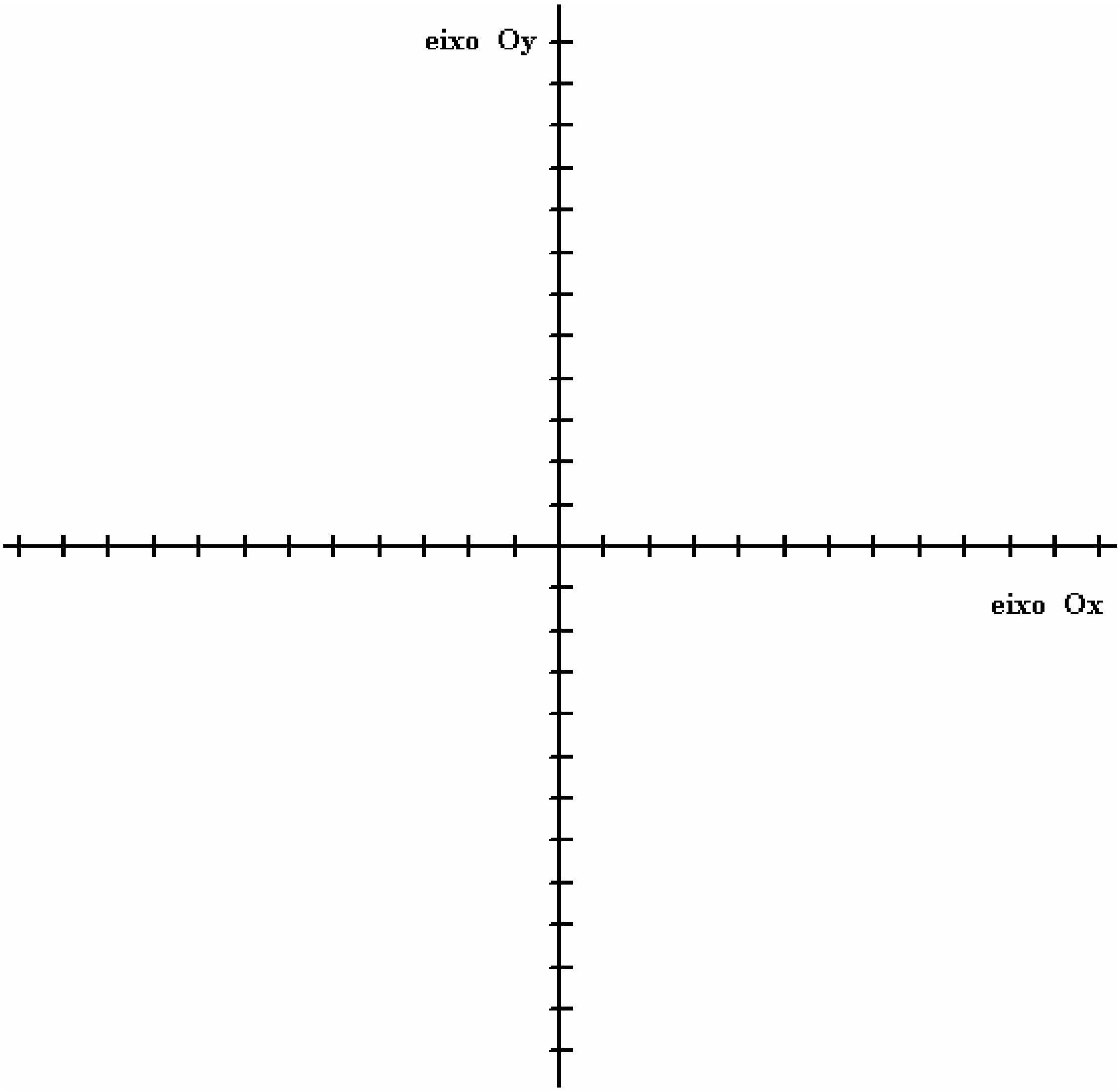
02. Complete com as coordenadas que estão faltando:



Fonte: http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/plano-cartesiano.htm

03. Represente os números nos eixos x e y e localize no Plano Cartesiano as coordenadas abaixo:

A (-2, 4)	B (5, -1)	C (0, 5)	D (3, 0)
E (-7, - 8)	F (10, 0)	G (0, 0)	H (½, 3)



Aula 8: Lei de Formação da Função Através de Enunciados.

Definimos como Lei de Formação uma maneira intuitiva de associar o valor de x a um único valor de y ou f(x) através de uma expressão algébrica. Com isso, podemos escrever uma função matemática.

Nessa aula queremos que você desenvolva essa intuição e aprenda a escrever a lei de formação da função através de enunciados.

Veja os exemplos abaixo:

EXEMPLO 01:

Uma empresa que vende calçados paga os funcionários da seguinte forma: um salário fixo de R$ 500,00, mais R$ 2,00 por par de calçados vendidos. Quanto vai receber o funcionário que vender 10 calçados?

Resolução:

Para saber qual será o valor do salário de seu funcionário, a empresa faz o seguinte cálculo: 10 calçados = R$ 20,00, mais o salário fixo de R$ 500,00 é igual a R$ 520,00. Se forem vendidos 10 calçados, o funcionário receberá R$ 520,00.

EXEMPLO 02:

A tarifa de táxi no Rio de Janeiro é formada por: R$ 3,50 a bandeirada, mais R$ 1,70 por km rodado. Então, determine:

Fonte: http://www.sinalvermelhocuritiba.com/tag/taximetro/

a) Qual é a lei de formação que define qualquer corrida de táxi no Rio de janeiro?

b) Se uma pessoa pegou o táxi e percorreu 20 km, quanto ela pagará?

c) Se uma pessoa pagou R$ 20,50 em uma corrida, quantos km ela percorreu?

Resolução:

a) Podemos obter a lei de formação deste exemplo de forma similar ao exemplo 1. Neste caso a lei de formação será: $Y = 3{,}5 + 1{,}7x$, onde y é o valor total a pagar, e x é a quantidade de quilômetros rodados.

b) Substituindo o valor de x por 20 km na lei de formação: $Y = 3{,}5 + 1{,}7x$, teremos: $Y = 3{,}5 + 1{,}7.(20) = 3{,}5 + 34 = 37{,}5$. Logo, ele pagará R$ 37,50.

c) Substituindo o valor de y, que é o valor pago pela corrida, vamos ter a seguinte expressão:

$$Y = 3{,}5 + 1{,}7x$$

$$20{,}5 = 3{,}5 + 1{,}7x$$

$$1{,}7x = 20{,}5 - 3{,}5$$

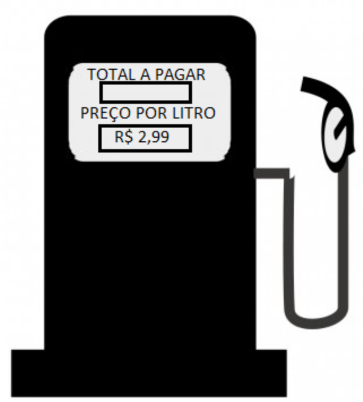
$$1{,}7x = 17$$

$$X = 17/\ 1{,}7$$

$$X = 10 \text{ km}$$

EXEMPLO 03:

Um posto de gasolina das cidades do Rio de Janeiro cobra em média o preço exposto na bomba de gasolina abaixo. Com base nessas informações, responda:



Fonte: http://pt.all-free-download.com/vector-livre/vector-clip-art/tsdbomba_de_gasolina_56147.html

a) Como podemos escrever a função matemática que representa essa situação?

b) Quanto um motorista irá gastar se ele colocar em seu carro 40 litros de combustível?

c) Quantos litros de combustível um motorista colocou em seu carro se ele gastou apenas R$ 60,00?

Resolução:

a) $Y = 2{,}99x$, donde y é o valor total pago pela gasolina e x é o total de litros comprados.

b) Como já vimos no item anterior, temos que $Y = 2{,}99x$. Então, substituindo o valor de x, que é a quantidade de litros comprados, por 40, temos:

$Y = 2{,}99.(40)$

$Y = 119{,}6$

Esse é o valor a ser pago pela gasolina comprada.

c) Sabendo que $Y = 2{,}99x$ e substituindo o valor de y, que é o preço pago pela gasolina, temos:

$60 = 2{,}99x$

$X = 60/2{,}99$

$X \cong 20{,}06$ litros.

Agora temos de verificar se você aprendeu. Resolva os exercícios abaixo e, em caso de dúvidas, retorne aos exemplos.

Atividade 8

01. Em uma cidade, você pode alugar um carro por R$ 100,00 por dia, mais R$ 5,00 por km rodado. Dadas as informações, respondam:

a) Qual é a expressão que descreve o aluguel do carro em um dia?

b) Qual o preço pago por uma pessoa que percorreu 12 km em um dia?

02. Uma operadora de celular cobra R$ 30,00 por mês pela assinatura, mais R$ 0,20 por minuto. Responda:

a) Qual é a função descrita a cada mês?

b) Quanto gastou uma pessoa que usou 30 minutos?

c) Se um cliente pagou R$ 50,00 na conta, quantos minutos foram usados?

03. Uma locadora de filmes calcula o preço cobrado usando a seguinte formula: **P = 3 + 1,2x**, onde P é o preço a ser cobrado e x é o número de filmes alugados.

a) Qual é o preço a ser pago pelo cliente que alugou 5 filmes?
b) Quantos filmes alugou uma pessoa que pagou R$ 5,40?

04. Um posto de gasolina da rodovia está cobrando R$ 2,87 por litro de gasolina. Responda:

a) Quanto irá pagar um motorista que colocou 30 litros de gasolina?
b) Quantos litros de gasolina o motorista colocou em seu carro se ele pagou R$ 57,00?
c) Escreva a função descrita no enunciado acima.

05. Considere um restaurante que possui um preço fixo, para todos os seus pratos, no valor de R$ 12,50, independentemente da quantidade servida. No entanto, cada porção x de sobremesa custa R$ 4,00. Das alternativas a seguir, qual melhor representa o gasto total y de um prato acompanhado de sobremesa nesse restaurante?

(A) $y = 4 + 12{,}5x$
(B) $y = 12{,}5 + 4x$
(C) $y = 16{,}5x$
(D) $y = 4x + 12{,}5x$
(E) $y = 12{,}9x$

Aula 9: Definição de função

Apesar de existir há muitos séculos, apenas no final do século XVII a noção de função foi definida como um conceito matemático. O primeiro matemático a utilizar o nome função foi Leonard Euler, por volta de 1673. Devemos a ele a representação como f(x).

O estudo de funções tem aplicação em diferentes áreas, quer seja na engenharia, química, física, economia, ou até mesmo em situações cotidianas.

Nesta aula, vamos definir o que é uma função e sua representação tanto algébrica quanto gráfica.

Na aula anterior, observamos que diferentes situações podem ser representadas por uma lei, isto é, existe uma expressão algébrica que representa de forma geral determinada situação.

Vamos apresentar alguns exemplos para ajudá-lo a compreender melhor este assunto!

EXEMPLO 01:

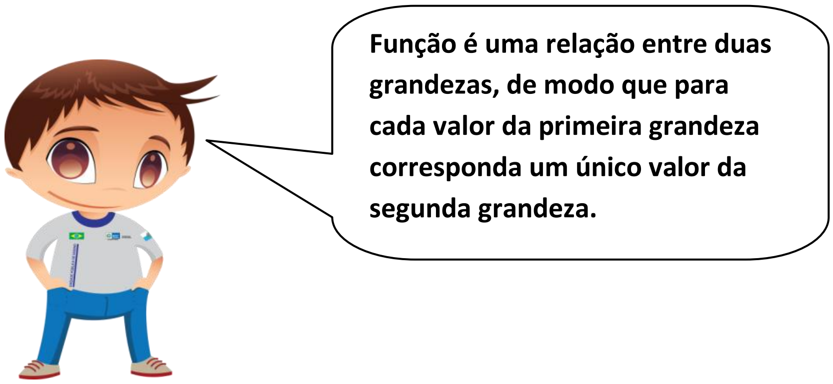
Uma empresa que vende calçados paga seus funcionários da seguinte forma: um salário fixo de R$ 500,00, mais R$ 2,00 por par de calçados vendido. Quanto vai receber o funcionário que vender 10 pares de calçados?

Resolução:

Lembra deste exemplo? Isso mesmo. Foi o primeiro exemplo dado na aula passada. Mas, ao contrário do que vimos, vamos generalizar a quantidade de calçados. Para isto, vamos preencher a tabela:

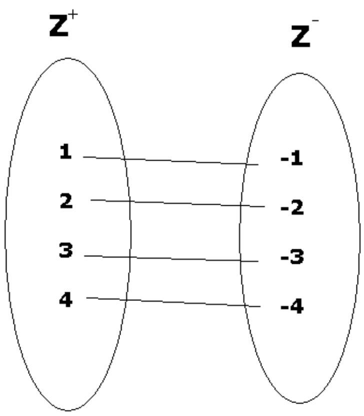
Número de calçados vendidos	Valor em Reais	Salário Fixo	Salário recebido no final do Mês
1	2,00	500,00	502,00
2	4,00	500,00	504,00
3	6,00	500,00	506,00
...	...	500,00	...
x	2 . x	500,00	2.x + 500

Observe que, quanto maior a quantidade de pares de sapatos vendidos, maior será o pagamento do funcionário. Bem, vimos na aula passada, também, que é possível definir uma lei para esta operação. Assim, se desconhecermos a quantidade de pares de sapato vendidas, chamaremos esta quantidade de x, e a regra ou lei de formação ficará assim: Salário = 500 + 2.x, isto é, multiplica-se o total (x) de pares de sapatos vendidos e soma-se o resultado com 500,00. O que estamos querendo dizer é que, em uma função, uma variável depende da outra.



Podemos identificar diversas situações às quais o conceito de função está relacionado, por exemplo: o cálculo da área de um quadrado é definido em função do tamanho do lado desse quadrado, o preço da energia elétrica a ser pago está em função da quantidade de energia consumida durante um determinado período de tempo.

Se construirmos um conjunto com os inteiros positivos e outro conjunto com os inteiros negativos, teremos uma função entre esses conjuntos, ou seja, para cada elemento do primeiro conjunto, existe um e somente um elemento do segundo conjunto.



De uma forma geral, podemos definir uma função a partir de dois conjuntos A e B da seguinte forma:

$f: A \to B$

$X \mapsto y = f(x)$

Y = f(x), ou seja, tanto faz escrever uma função f(x) = x + 1 como escrever y = x+1.

Definimos função de A em B se para todo elemento de A existe um e somente um elemento de B.

No exemplo dos conjuntos de números positivos e de números negativos, para cada elemento do primeiro conjunto existe um único elemento correspondente no segundo conjunto. Além disso, todos os elementos do primeiro conjunto tem um correspondente.

Na introdução desta aula, falamos sobre Euler e afirmamos que este Matemático foi o primeiro a utilizar a notação f(x). Mas o que é isto?

Observe: f(x) significa função de x. Em outras palavras, a função depende da variável x. No primeiro exemplo (cálculo da área do quadrado), se chamarmos o lado do quadrado de x, podemos escrever da seguinte forma: $f(x) = x^2$.

Assim, teremos:

$$f(1) = 1^2;\ f(2) = 2^2;\ f(3) = 3^2, \text{ e assim por diante.}$$

No exemplo acima, atribuímos um valor para x e, a partir desse valor, uma vez estabelecida a lei de formação da função, obtemos f(x). Vamos separar esses valores em uma tabela:

x	f(x) ou y
1	1
2	4
3	9

Aos valores de x, ou seja, os valores atribuídos como lado do quadrado, chamaremos de domínio da função. Aos valores achados a partir da função, ou seja, f(x), chamaremos de imagem da função.

Não esqueça!
Domínio – elementos de partida (x)
Imagem – Elementos de chegada f(x) ou y

IMPORTANTE:

Um mesmo valor de domínio não pode ter duas imagens.

EXEMPLO 02:

Dada a função definida pela lei $f(x) = 2x - 1$, ache a Imagem a partir do Domínio D={1,2,3}

Resolução:

$f(1) = 2.1-1 = 1$

$f(2) = 2.2 - 1 = 3$

$f(3) = 2.3 - 1 = 5$

Assim, o conjunto imagem é {1,3,5}

Atividade 9

01. Dada a função $f(x) = x^2$, determine a imagem a partir do domínio D={-2. -1, 0, 1, 2}

02. Dados os conjuntos A = {3,4,5,6} e B = {0,1, 2, 3}, construa o diagrama de flechas e, a partir dele, identifique cada caso como sendo função ou não:

a) {(3,0),(4,1),(5,3),(6,2)}
b) {(3,0),(4,0),(5,0),(6,0)}
c) {(3,0),(4,0),(5,1),(5,3)}

03. O salário de um vendedor é de 800 Reais, mais 30 Reais sobre cada coleção de livros que ele vender. Sabendo disso, pede-se:

a) A Lei que define o salário desse vendedor;

b) O salário para uma venda de 15 coleções de livros;

c) Se o vendedor recebeu 2630 Reais, quantas coleções de livros ele vendeu?

d) Qual o domínio desta função, ou seja, para quais valores de x a função pode ser definida?

e) Qual é a imagem desta função, ou seja, para quais valores de y a função pode ser definida?

04. Dê exemplos de funções que estão presentes em nosso dia a dia.

Aula 10: Análise de gráficos

Na aula 7, nós aprendemos a marcar no plano cartesiano os pontos. Pontos? Só para lembrar, um ponto é formado por dois valores: X e Y, onde o primeiro valor é sempre X e o segundo valor Y, configurando (x, y). Vimos também que os valores de x são marcados na reta horizontal, chamada de reta das abscissas, e que o valor de y é marcado na reta vertical, isto é, o eixo das ordenadas.

Nesta aula, estudaremos a representação de uma função bem simples. Como exemplo, utilizaremos a função definida por f(x) = x+1. Vamos estabelecer o domínio como sendo o conjunto dos números Reais, isto é, podemos atribuir qualquer valor Real à variável x. Sendo assim, a imagem também será um número Real.

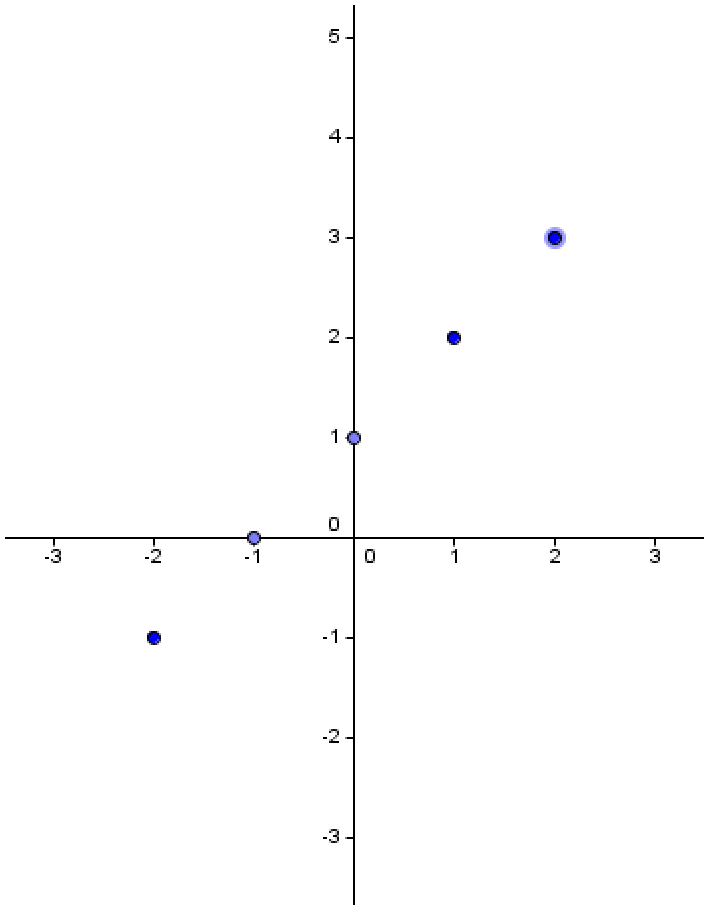
Precisamos definir os pontos a serem representados no gráfico. Como o domínio é um número Real, vamos atribuir valores para x e achar y utilizando a expressão que define a função.

f(x) = x+1		
x	Y ou f(x)	Par
0	Y = 0 + 1 = 1	(0,1)
-1	Y = -1 +1 = 0	(-1,0)
-2	Y = -2 + 1 = -1	(-2,-1)
1	Y = 1 + 1 = 2	(1,2)
2	Y = 2 + 1 = 3	(2,3)

Definidos os valores de x e calculados os valores de y, temos os pares ordenados (x, y).

Muito fácil, não é mesmo?

Agora falta marcar os pontos no plano cartesiano. Note que utilizamos cinco valores para x (domínio) e achamos cinco valores para y (imagem). Assim, teremos cinco pontos.

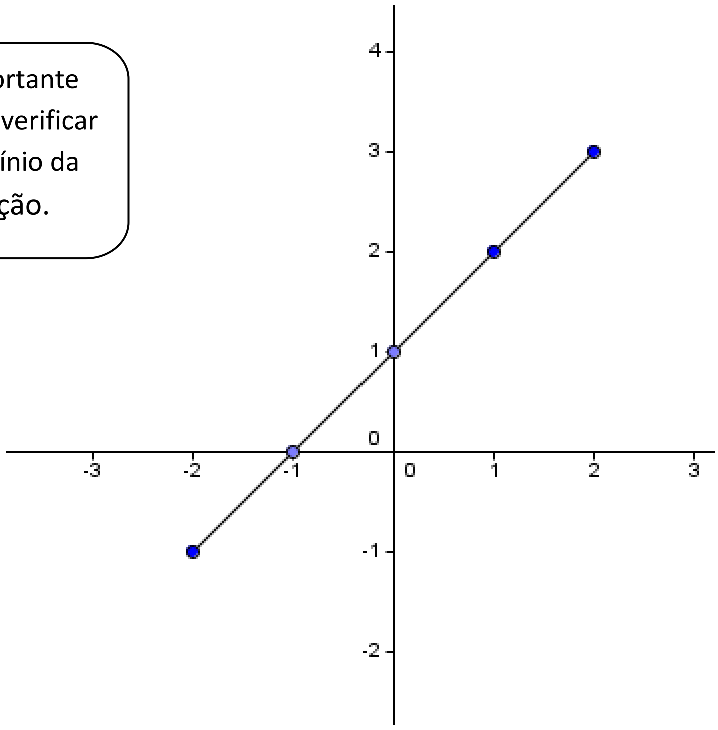


Pronto! Estão marcados os pontos. A função y = x+1 ou f(x) = x+1 está representada através de cinco pontos.

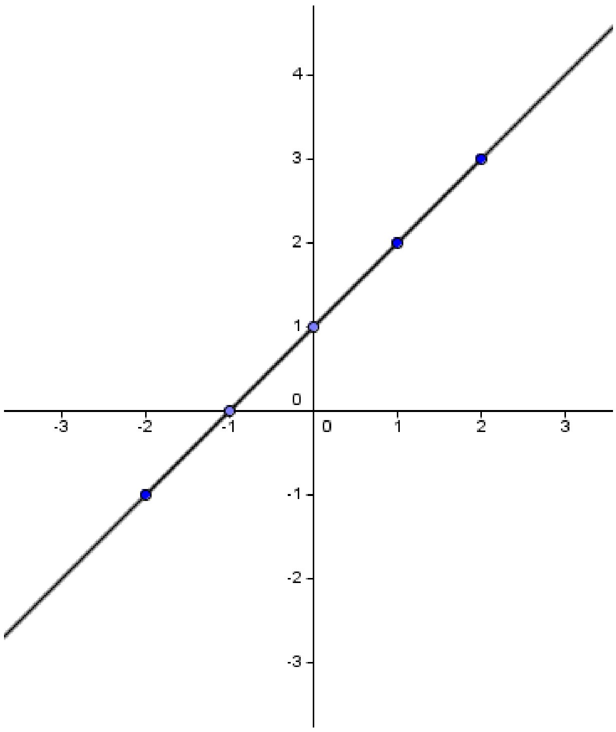
No início deste texto, falamos que os números atribuídos a x (domínio) são números Reais, o que significa que podemos utilizar valores que não sejam inteiros. Vamos aumentar a tabela:

x	Y ou f(x)	Par
0	Y = 0 + 1 = 1	(0,1)
-0,5	Y = -0,5 + 1 = -1,5	(-0,5;-1,5)
-1	Y = -1 +1 = 0	(-1,0)
-2	Y = -2 + 1 = -1	(-2,-1)
1	Y = 1 + 1 = 2	(1,2)
1,5	Y = 1,5+1 = 2,5	(1,5; 2,5)
2	Y = 2 + 1 = 3	(2,3)

Note que podemos inserir, entre dois inteiros, infinitos números Reais. Se marcarmos todos os pontos possíveis entre os extremos dados, neste caso 0 e 2, teremos uma infinidade de pontos colineares, o que define um segmento de reta.

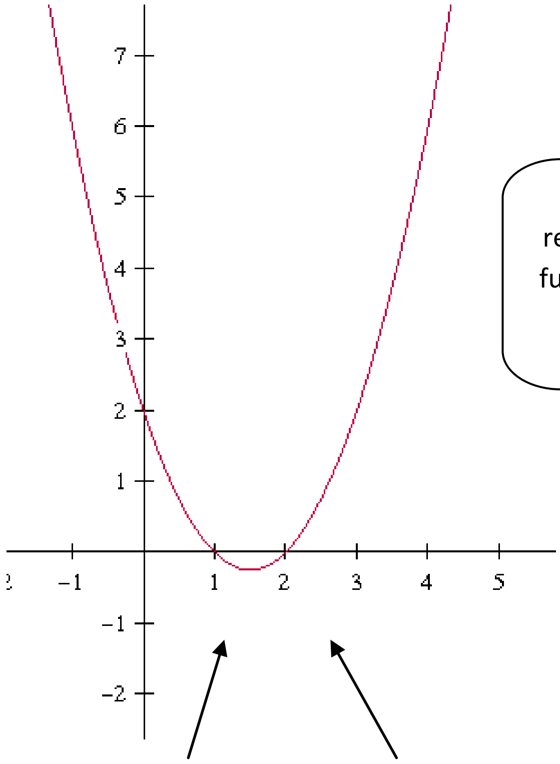


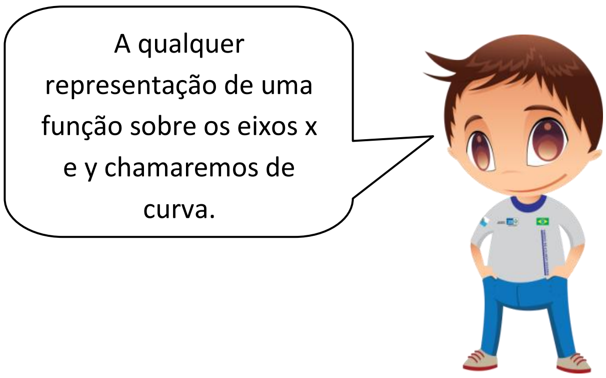
E se não tivermos um valor máximo e nem um valor mínimo? Neste caso, teremos uma reta conforme o exemplo abaixo:



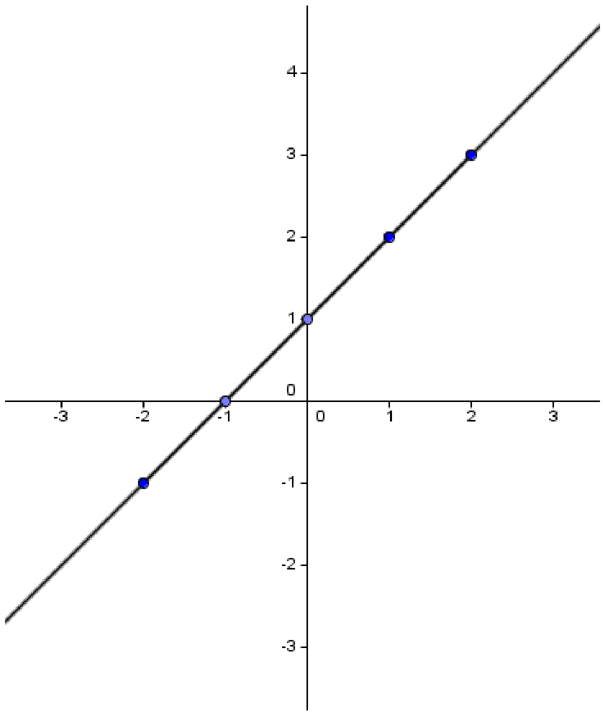
Agora que já sabemos construir um gráfico, vamos analisar alguns pontos interessantes.

Observe o gráfico abaixo. A curva corta o eixo das abscissas (x) em dois lugares, a saber, quando x= 1 e quando x=2. O mais interessante é o fato de que, nestas duas abscissas (x), o valor de y é zero. Diremos então que 1 e 2 são os zeros da função definida neste gráfico.



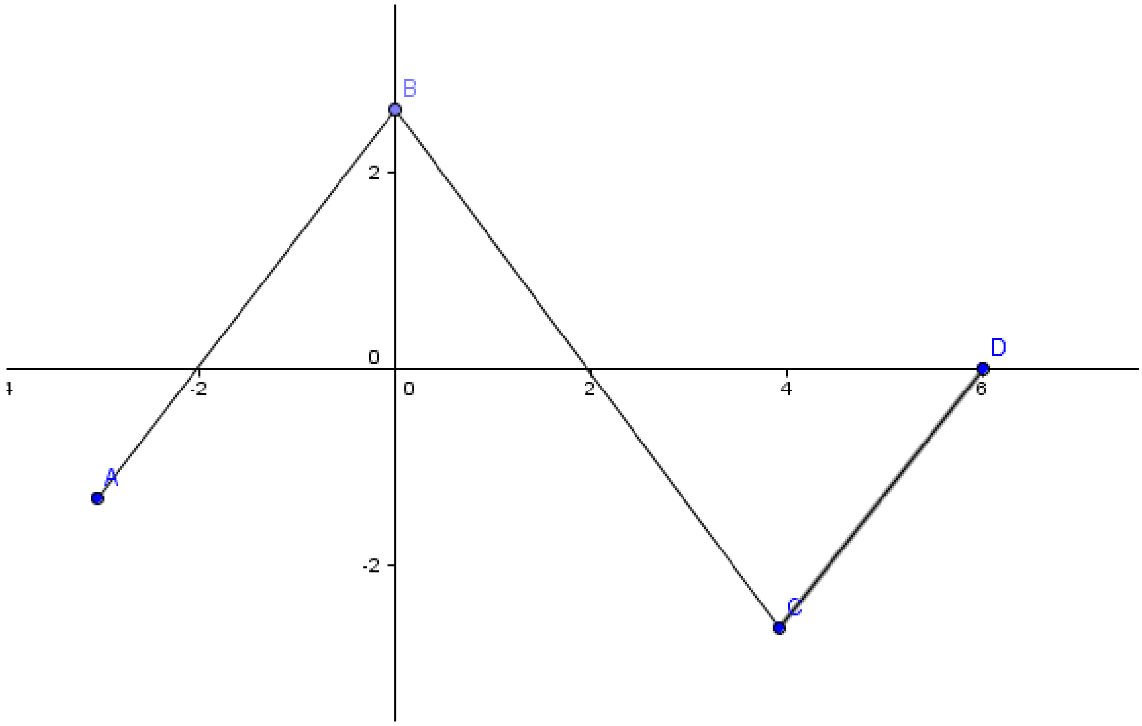


E agora, ficou mais claro? Todo valor de x tocado pela curva, é chamado de raiz ou zero da função. No exemplo a seguir, temos apenas uma raiz, no caso x= -1.



Estamos evoluindo! Já sabemos a partir de um gráfico analisar o domínio, a imagem e as raízes. Estudaremos agora outro assunto muito importante: os intervalos de crescimento e decrescimento da função, ou seja, quando a função cresce e quando a função decresce.

Observe o gráfico a seguir:



Quando x= -2, temos y = 0. Se aumentarmos o valor de x, o que acontece com y? Vamos analisar! Se x=0, teremos y maior que 2. Em outras palavras, se aumentar o x, o y aumenta também.

Nestes casos, quando tanto x quanto y aumentam, temos um intervalo de crescimento. Porém, se, ao aumentar x, o y diminui, teremos um intervalo de decrescimento. Assim, na função acima, para que valores de x a função é crescente? Para quais valores de x a função é decrescente?

Crescente: [-3,0] e [4,6]

Decrescente: [0, 4]

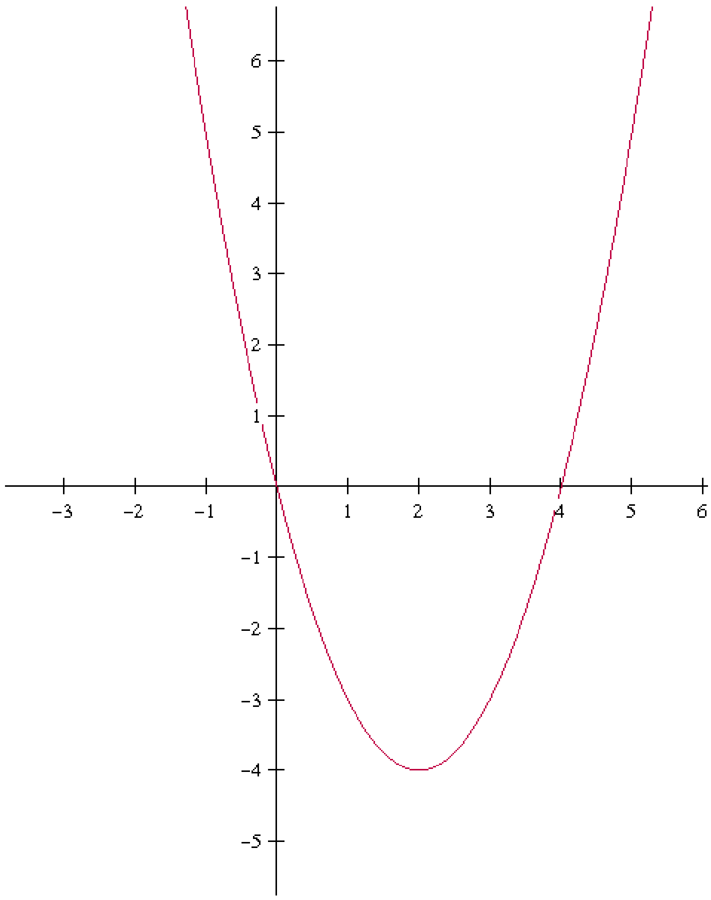
EXEMPLO 01:
Na função $f(x) = x^2-4x$, determine:

a) gráfico;

Vamos atribuir valores para x e calcular y, determinando assim, os pontos necessários para a construção do gráfico:

x	Y ou f(x)	Par
0	$Y = 0^2 - 4.0 = 0$	(0,0)
1	$Y = 1^2 - 4.1 = -3$	(1,-3)
-1	$Y = (-1)^2 - 4(-1) = 5$	(-1,5)
-2	$Y = (-2)^2 -4.(-4) = 12$	(-2,12)
2	$Y = 2^2 -4 . 2 = -4$	(2,-4)
3	$Y = 3^2 -4 . 3 = -3$	(3,-3)
4	$Y = 4^2 -4 . 4 = 0$	(4,0)

Vamos representar os pontos obtidos acima no plano cartesiano:



b) O domínio:

Os valores de x podem variar de menos infinito até mais infinito. Assim, o domínio é o conjunto dos números Reais. D = R

c) A imagem:

Note que para os valores de y não há um valor maior, pois a curva vai para o infinito. Porém, o menor valor de y é 4. Assim, a imagem da função é o intervalo $[4, \alpha[$

d) As raízes:

As raízes são os valores de x onde a curva toca o eixo das abscissas. Neste caso temos as raízes x=0 e x=4

e) Intervalos de crescimento e decrescimento:

A função decresce no intervalo $]\alpha, 2]$ e cresce a partir da abscissa 2, ou seja seu intervalo de crescimento é $[2,\alpha[$.

Atividade 10

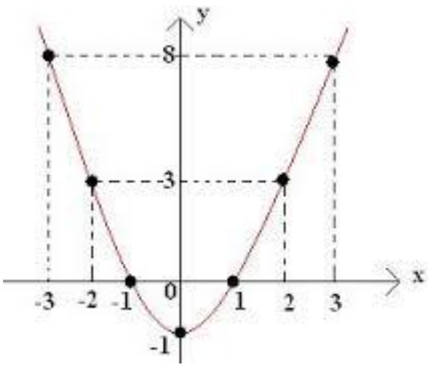
01. Dadas as funções a seguir, construa seu gráfico:

a) $f(x) = 2x – 1$
b) $Y = x^2$

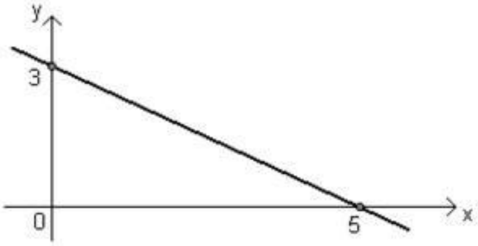
02. Nos gráficos a seguir, defina:

i) O domínio e a imagem
ii) As raízes se houver
iii) Intervalos de crescimento e decrescimento

a)

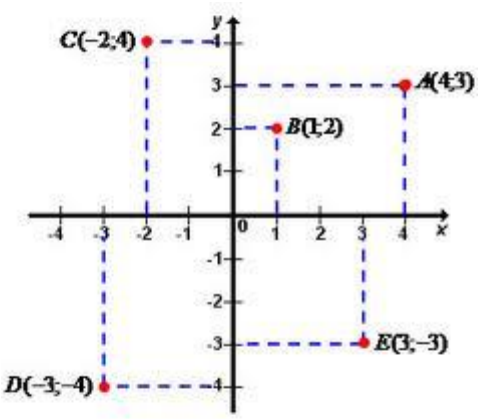


Fonte: http://t0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSn-jV_x7_vbd79rWtGJbKgcmudgk5cYloL_1ph83d5XVi4ZJ14 b)



Fonte: http://t2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQYNEa76rxWeQZvIqS22-gyMX1fy4GPmaxTePMZOAbkJrXVXdbX8w

03. Qual o domínio e a imagem da função representada no gráfico?



Fonte:
http://t2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcR5tLUQg4CwJx0LJHeiANW3gGPBuOQN4pYNQs2x8AcS3URE70dksQ

Avaliação

Nesta aula você encontrará algumas atividades para relembrar e aplicar o que estudou até aqui. São atividades simples e com certeza você consegue realizar. Vamos tentar?

01. Elisabete foi passear em Gramado e lá encontrou temperatura muito fria. Olhou para um termômetro na Praça da cidade e viu que estava fazendo -2 graus. Quando voltou ao Rio, ao desembarcar no aeroporto, um painel mostrava que a temperatura estava em 17 graus. Qual a variação de temperatura enfrentada por Elisabete?

(A) 15 graus (B) 17 graus (C) 19 graus (D) -2 graus (E) -15 graus

02 – Resolva a expressão $3 – [4 +(9^2-5) . (-2)] +1$

(A) 164 (B) -300 (C) -156 (D) 156 (E) -164

03 – Dados os valores, coloque em ordem crescente a sequencia numérica: ½; ¾ ; ¼, assinale a alternativa correta:

(A) ½ < ¾ < ¼,

(B) ½> ¾ > ¼,

(C) ½ < ¼ < ¾

(D) ½ > ¼ > ¾

(E) ¾ > ½ > ¼

04 – Na reta Real, o número irracional $\sqrt{5}$ se localiza entre quais inteiros consecutivos?

(A) 1 e 2 (B) 2 e 3 C) 3 e 4 (D) 4 e 5 (E) 5 e 6

05 – Caroline comprou um terreno retangular com $250m^2$. Ela sabe que a frente do terreno mede 10 metros. Quantos metros de muro ela precisa construir para cercar o terreno?

(A) 50 metros (B) 70 metros (C) 250 metros (D) 25 metros (E) 2500 metros

06 – Observe as seguintes sentenças:

I – O zero pertence ao conjunto dos números positivos

II – A união do conjunto dos números Racionais com o conjunto dos números Irracionais é igual ao conjunto dos números Reais

III – Todo Número Negativo é menor que zero.

Entre as afirmações acima, quais são verdadeiras?

(A) I e II

(B) II e III

(C) I

(D) I, II e III

(E) I e III

07 – No plano cartesiano, a respeito dos pontos A(0,1) e B(1,0), podemos afirmar que:

(A) São iguais

(B) O ponto A está no eixo das abscissas e o ponto B está no eixo das ordenadas.

(C) Ambos os pontos estão no eixo das ordenadas

(D) O ponto B está no eixo das abscissas e o ponto A está no eixo das ordenadas

(E) Ambos os pontos estão no eixo das abscissas.

08 – Talita gasta diariamente 8 Reais de passagem e mais 0,15 centavos em cada cópia que tira na faculdade. Definindo T como o valor total pago diariamente por Talita e x a quantidade de cópias, escreva a expressão que define os gastos diários da Talita.

(A) $T(x) = 8 + 0{,}15x$

(B) T(x) = 0,15 + 8x

(C) T(x) = (8 + 0,15)x

(D) T(x) = 8 – 0,15x

(E) T(x) = (8 + 0,15x)x

09 – Dada a função f(x) = x^2 – 4x +3, os valores de f(0) e f(-1) são respectivamente:

(A) 8 e 3

(B) -3 e 8

(C) 3 e -8

(D) 3 e 8

(E) 8 e -3

10 – Dados os pontos A(2,0), B(3,0) e C(4,0) podemos afirmar que estes pontos definem:

(A) Uma parábola

(B) Uma reta crescente

(C) Uma Reta decrescente

(D) Uma reta paralela ao eixo das ordenadas

(E) Uma reta paralela ao eixo das abscissas.

Pesquisa

Caro Tutor, agora que nossos alunos já estudaram todos os principais assuntos relativos ao 1° bimestre, é hora de discutir um pouco sobre a importância deles na nossa vida. Então, vamos lá?

Iniciamos este estudo conhecendo os conjuntos numéricos, e introduzimos o estudo das funções.

Leia atentamente as questões a seguir e, através de uma pesquisa, peça que os alunos respondam a cada uma delas de forma clara e objetiva.

ATENÇÃO: Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites que foram utilizados.

1. Apresente alguns exemplos de situações reais nas quais podemos encontrar números naturais, números inteiros e números racionais.

____
____
____
____
____
____
____

2. Apresente algumas aplicações práticas do Plano Cartesiano:

____
____
____
____
____

3. Agora que iniciamos o Estudo das Funções, pesquise em jornais e revistas alguns exemplos de gráficos de funções e apresente os intervalos de crescimento e decrescimento destas funções:
(**ATENÇÃO:** Fazer esta parte da atividade em uma folha separada!)

4. função. Qual a sua aplicabilidade no dia a dia e como é abordado em Matemática.
O vídeo está disponível em http://www.youtube.com/watch?v=AZapJ-AVAe4

____
____
____

Referências

[1] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos e funções. 8 ed. São Paulo: Atual, 2006

[2] IEZZI, Gelson; ET al. Matemática, Ciências e Aplicações 1; 6ª edição.São Paulo; Saraiva, 2010.

[3] SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Matemática Ensino Médio; 5ª edição. São Paulo; Saraiva. 2008

Equipe de Elaboração

COORDENADORES DO PROJETO

Diretoria de Articulação Curricular
Adriana Maurício Tavares Lessa

Coordenação de Áreas do Conhecimento

Bianca Neuberger Leda
Raquel Costa da Silva Nascimento
Fabiano Farias de Souza
Peterson Soares da Silva
Ivete Silva de Oliveira
Marília Silva

COORDENADORA DA EQUIPE

Raquel Costa da Silva Nascimento
Assistente Técnico de Matemática

PROFESSORES ELABORADORES

Alan Jorge Ciqueira Gonçalves
Ângelo Veiga Torres
Daniel Portinha Alves
Fabiana Marques Muniz
Herivelto Nunes Paiva
Izabela de Fátima Bellini Neves
Jayme Barbosa Ribeiro
Jonas da Conceição Ricardo
José Cláudio Araújo do Nascimento
Reginaldo Vandré Menezes da Mota
Weverton Magno Ferreira de Castro