

Matemática

Aluno

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada - 02

3ª Série | 2º Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Série
Matemática	Ensino Médio	2º	3ª
Habilidades Associadas			
1. Resolver problemas utilizando probabilidade da união de eventos e probabilidade de eventos complementares.			
2. Compreender os conceitos básicos de estatística: população, amostra, frequência absoluta e frequência relativa.			
3. Construir, ler e interpretar histogramas, gráficos de linha, de barras e de setores.			
4. Resolver problemas usando o cálculo de média aritmética, mediana e moda.			

Apresentação

A Secretaria de Estado de Educação elaborou o presente material com o intuito de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas de pesquisa, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e respectivos tutores – docentes preparados para incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A proposta de desenvolver atividades pedagógicas de aprendizagem autorregulada é mais uma estratégia pedagógica para se contribuir para a formação de cidadãos do século XXI, capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas. Assim, estimula-se a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios da contemporaneidade, na vida pessoal e profissional.

Estas atividades pedagógicas autorreguladas propiciam aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências nucleares previstas no currículo mínimo, por meio de atividades roteirizadas. Nesse contexto, o tutor será visto enquanto um mediador, um auxiliar. A aprendizagem é efetivada na medida em que cada aluno autorregula sua aprendizagem.

Destarte, as atividades pedagógicas pautadas no princípio da autorregulação objetivam, também, equipar os alunos, ajudá-los a desenvolver o seu conjunto de ferramentas mentais, ajudando-o a tomar consciência dos processos e procedimentos de aprendizagem que ele pode colocar em prática.

Ao desenvolver as suas capacidades de auto-observação e autoanálise, ele passa a ter maior domínio daquilo que faz. Desse modo, partindo do que o aluno já domina, será possível contribuir para o desenvolvimento de suas potencialidades originais e, assim, dominar plenamente todas as ferramentas da autorregulação.

Por meio desse processo de aprendizagem pautada no princípio da autorregulação, contribui-se para o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para o aprender-a-aprender, o aprender-a-conhecer, o aprender-a-fazer, o aprender-a-conviver e o aprender-a-ser.

A elaboração destas atividades foi conduzida pela Diretoria de Articulação Curricular, da Superintendência Pedagógica desta SEEDUC, em conjunto com uma equipe de professores da rede estadual. Este documento encontra-se disponível em nosso site www.conexaoprofessor.rj.gov.br, a fim de que os professores de nossa rede também possam utilizá-lo como contribuição e complementação às suas aulas.

Estamos à disposição através do e-mail curriculominimo@educacao.rj.gov.br para quaisquer esclarecimentos necessários e críticas construtivas que contribuam com a elaboração deste material.

Secretaria de Estado de Educação

Caro aluno,

Neste documento você encontrará atividades relacionadas diretamente a algumas habilidades e competências do 2º Bimestre do Currículo Mínimo. Você encontrará atividades para serem trabalhadas durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, Aluno, desenvolva estes Planos de Curso na ausência do Professor da Disciplina por qualquer eventual razão. Estas atividades foram elaboradas a partir da seleção das habilidades que consideramos essenciais da 3ª Série do Ensino Médio no 2º Bimestre.

Este documento é composto de um texto base, na qual através de uma leitura motivadora você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas a estas habilidades. Leia o texto, e em seguida resolva as Ficha de Atividades. As Fichas de atividades devem ser aplicadas para cada dia de aula, ou seja, para cada duas horas/aulas. Para encerrar as atividades referentes a cada bimestre, ao final é sugerido uma pesquisa sobre o assunto.

Para cada Caderno de Atividades, iremos ainda fazer relações diretas com todos os materiais que estão disponibilizados em nosso site *Conexão Professor*, fornecendo, desta forma, diversos materiais de apoio pedagógico para que o Professor aplicador possa repassar para a sua turma.

Neste Caderno de atividades, vamos estudar um pouco mais sobre o conceito de Probabilidade. Na primeira parte abordaremos o estudo de probabilidade visando trabalhar com suas propriedades. Em seguida, vamos aprender a ler e interpretar gráficos e calcular médias.

Este documento apresenta 06 (seis) aulas. As aulas podem ser compostas por uma **explicação base**, para que você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas às habilidades e competências principais do bimestre em questão, e **atividades** respectivas. Leia o texto e, em seguida, resolva as Atividades propostas. As Atividades são referentes a um tempo de aula. Para reforçar a aprendizagem, propõe-se, ainda, uma **avaliação** e uma **pesquisa** sobre o assunto.

Um abraço e bom trabalho!

Equipe de Elaboração.

Sumário

+ Introdução	03
+ Aula 01: Propriedades de Probabilidades	05
+ Aula 02: Probabilidade da União	10
+ Aula 03: Conceitos Básicos de Estatística.....	14
+ Aula 04: Interpretando Gráficos	17
+ Aula 05: Distribuição de Frequência	25
+ Aula 06: Média Aritmética e Média Ponderada ..	29
+ Avaliação	35
+ Pesquisa	38
+ Referências:	40

Aula 1: Propriedades de Probabilidades

Caro aluno, considere o seguinte experimento aleatório: lançamento de um dado comum observando o número voltado para cima.

Sabe-se que o espaço amostral (conjunto de todos os resultados possíveis) é:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$



1 – PROPRIEDADES DAS PROBABILIDADES:

Caro aluno para facilitar a compreensão das propriedades de probabilidades é preciso que você conheça bem os diferentes tipos de eventos. A seguir, vamos explicar cada um deles!

1.1 - Evento certo - é o evento que é o próprio espaço amostral.

Exemplo:

Evento A → ocorrência de um número voltado para cima menor que 7.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

1.2 - Evento impossível - é o evento que é o subconjunto vazio do espaço amostral.

Exemplo:

Evento B → ocorrência de um número voltado para cima maior que 7.

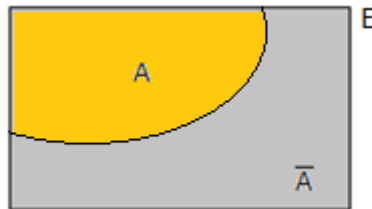
$$B = \emptyset$$

1.3 - Eventos complementares - são dois eventos A e \bar{A} tais que:

$$A \cup \bar{A} = E$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

Podemos representar a relação entre A e \bar{A} , a partir do seguinte diagrama:



Para você entender melhor esta relação, observe o exemplo a seguir:

EXEMPLO 01:

Evento $A \rightarrow$ ocorrência de um número voltado ser par $\Rightarrow A = \{2, 4, 6\}$

Evento $\bar{A} \rightarrow$ ocorrência de um número voltado ser ímpar $\Rightarrow \bar{A} = \{1, 3, 5\}$

Assim, $A \cup \bar{A} = E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Logo, $A \cap \bar{A} = \emptyset$

Agora que já vimos os diferentes tipos de eventos, podemos apresentar as propriedades das probabilidades:

Considerando E um espaço amostral finito e não-vazio e sendo A um evento de E , tem-se que:

- **PROPRIEDADE 1:** $P(\emptyset) = 0$

A probabilidade de um conjunto vazio é zero.

- **PROPRIEDADE 2:** $P(E) = 1$

A probabilidade de um evento é 1.

- **PROPRIEDADE 3:** $0 \leq P(A) \leq 1$

O valor da probabilidade sempre estará entre 0 e 1.

- **PROPRIEDADE 4:** $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ e $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Dois eventos A e \bar{A} são complementares se não possuem elementos em comum e se a união dos seus elementos é o espaço amostral. Sendo assim, a soma das probabilidades dois eventos complementares é igual a 1.

Para que você compreenda melhor, vamos apresentar mais alguns exemplos!

EXEMPLO 02:

Determine a probabilidade de se obter um número de três algarismos distintos permutando 1, 2 e 3 e que seja múltiplo de 5.

Resolução:

Inicialmente devemos obter o espaço amostral desse experimento.

Assim, temos o espaço amostral $E = \{123, 132, 213, 231, 312, 321\}$, em outras palavras podemos dizer que o conjunto é equivalente a todos os números de três algarismos que podemos escrever com os algarismos 1, 2 e 3 em qualquer ordem. Então, o número de elementos deste espaço amostral será $n(E) = 6$.

Consideremos o evento A: o número sorteado é múltiplo de 5 (números que terminam em 0 ou 5). Analisando os elementos do conjunto E, podemos concluir que não existem números múltiplos de 5 neste conjunto.

Desta forma $A = \emptyset \Rightarrow n(A) = 0$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{0}{6} = 0 \Rightarrow A \text{ é um evento impossível.}$$

EXEMPLO 03:

Determine a probabilidade de se obter um número múltiplo de 3, de três algarismos distintos, permutando os algarismos 1, 2 e 3.

Resolução:

Inicialmente devemos obter o espaço amostral desse experimento.

Perceba que temos o espaço amostral $E = \{123, 132, 213, 231, 312, 321\}$, então $n(E) = 6$.

Consideremos o evento B: o número sorteado é múltiplo de 3.

Você deve se lembrar que um número é divisível por 3 quando a soma dos algarismos é múltiplo de 3. Desse modo devemos analisar cada um dos elementos do conjunto E.

Observe que todos os números formados são múltiplos de 3, pois a soma dos algarismos é 6, que é múltiplo de 3, logo $n(B) = 6$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(E)} = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow B \text{ é um evento certo.}$$

EXEMPLO 04:

Jogando-se dois dados, determine a probabilidade de que a soma dos pontos das faces voltadas para cima seja menor que 4.

Resolução:

Seja E o espaço amostra:

$$E = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6), \end{array} \right\} \Rightarrow n(E) = 36$$

Consideremos o evento C : soma das faces voltadas para cima menor que 4:

$$C = \{(1,1), (1,2), (2,1)\} \Rightarrow n(C) = 3$$

$$\text{Assim, } P(C) = \frac{n(C)}{n(E)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

EXEMPLO 05:

Em uma urna contém apenas bolas azuis, brancas e cinzas. Retira-se ao acaso uma bola da urna. A probabilidade de sair uma bola branca é $\frac{5}{12}$. Qual é a probabilidade de sair uma bola que não seja branca?

Resolução:

Seja E o espaço amostral: $E = \{x/x \text{ é bola da urna}\}$.

Sejam os eventos complementares:

$A = \{y \in E/y \text{ é bola branca}\}$ e $\bar{A} = \{z \in E/z \text{ não é bola branca}\}$

$$\text{Assim, } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

Caro aluno chegou a hora de praticar!

Resolva as atividades a seguir para exercitar os conhecimentos que você aprendeu.

Atividade 1

01. Qual a probabilidade de se obter um número divisível por 2, na escolha ao acaso de uma das permutações dos algarismos 2, 4, 6 e 8?

02. Yasmin, Isadora e Ísis são três irmãs e resolveram usar duas moedas comuns, não viciadas, para decidir quem irá lavar a louça do almoço, lançando duas moedas simultaneamente, uma única vez. Se aparecerem duas coroas, Yasmin lavará a louça, se aparecerem duas caras, Isadora lavará a louça; e se aparecerem uma cara e uma coroa, Ísis lavará a louça. Determine a probabilidade de que Ísis venha a ser sorteado para lavar a louça.

03. Em uma urna contendo 8 bolas. Em cada bola foi gravado um número do conjunto $\left\{0, -1, \sqrt{64}, -\frac{3}{7}, 7^{-3}, -0,444 \dots, \sqrt{\frac{144}{441}}, 1972^0\right\}$, sem repetição. Qual a probabilidade de se retirar dessa urna, ao acaso, uma bola em que está gravado um número irracional?

04. Um dado é lançado duas vezes sucessivamente. Qual é a probabilidade de não ocorrerem dois números iguais?

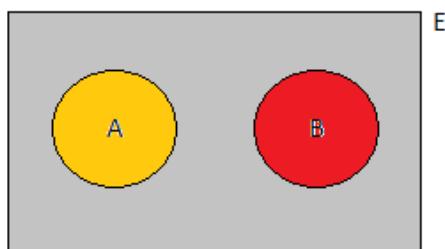
Aula 2: Probabilidade da União

Caro aluno, sejam A e B eventos de um mesmo espaço amostral E . Queremos encontrar uma expressão para a probabilidade de ocorrer o evento A ou o evento B , isto é, a probabilidade da ocorrência do evento $A \cup B$.

Para que isto seja possível devemos considerar dois casos:

1º Caso: $A \cap B = \emptyset$

Utilizando o diagrama abaixo, temos:



O número de elementos dos conjuntos A e B é determinado pela seguinte igualdade: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

Observe que, como $A \cap B = \emptyset$, isto é, são disjuntos, teremos:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

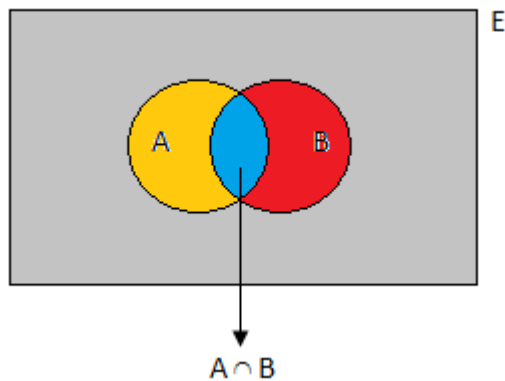
Assim, como $n(E) \neq 0$, podemos calcular a probabilidade da seguinte forma:

$$\frac{n(A \cup B)}{n(E)} = \frac{n(A)}{n(E)} + \frac{n(B)}{n(E)} \quad \Rightarrow \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Nesse caso, A e B são chamados **eventos mutuamente exclusivos**.

2º Caso: $A \cap B \neq \emptyset$

Considere o diagrama a seguir. Temos que a $A \cap B =$ parte azul, observe:



Neste caso, como temos a interseção $A \cap B \neq \emptyset$, observe que os elementos desta interseção foram contados duas vezes, assim da teoria dos conjuntos utilizaremos a seguinte relação:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Como $n(E) \neq 0$,

$$\frac{n(A \cup B)}{n(E)} = \frac{n(A)}{n(E)} + \frac{n(B)}{n(E)} - \frac{n(A \cap B)}{n(E)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Neste caso, $A \cap B$ representa a existência da ocorrência simultânea dos eventos A e B.

Apresentaremos a seguir algumas situações problemas para facilitar a compreensão.

EXEMPLO 01:

Determine em um único lance de um par de dados honestos, a probabilidade de saírem 7 ou 11.

Resolução:

Seja E o espaço amostra:

$$E = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6), \end{array} \right\} \Rightarrow n(E) = 36$$

Consideremos os seguintes eventos:

$$A = \text{soma } 7 \Rightarrow A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$B = \text{soma } 11 \Rightarrow B = \{(5, 6), (6, 5)\} \Rightarrow n(B) = 2$$

Como A e B são eventos mutuamente exclusivos, logo $A \cap B = \emptyset$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

EXEMPLO 02:

Os dados da tabela seguinte referem-se a uma pesquisa realizada com 155 moradores de um bairro e revelam seus hábitos quanto ao uso de TV e Internet pagas.

	Só TV aberta	TV paga
Internet gratuita	76	44
Internet paga	14	21

Um dos entrevistados é selecionado ao acaso. Qual é a probabilidade que ele use TV ou Internet pagas?

Resolução:

Sendo o espaço amostral E formado pelos moradores que participaram da pesquisa, temos que $n(E) = 155$.

Considerando os eventos:

$$A = \text{a pessoa que usa TV paga} \Rightarrow 44 + 21 = 65 \Rightarrow n(A) = 65$$

$$B = \text{a pessoa que usa Internet paga} \Rightarrow 14 + 21 \Rightarrow n(B) = 35$$

$$A \cap B = \text{a pessoa que usa TV e Internet pagas} \Rightarrow 21 \Rightarrow n(A \cap B) = 21$$

Assim,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{65}{155} + \frac{35}{155} - \frac{21}{155} = \frac{79}{155} \cong 51\%$$

Caro aluno chegou a hora de praticar!

Resolva as atividades a seguir para exercitar os conhecimentos adquiridos nesta aula.

Atividade 2

- 01.** Um número é escolhido ao acaso entre os 20 inteiros, de 1 a 20. Determine a probabilidade de o número ser primo ou quadrado perfeito.
- 02.** Uma urna contém cinco bolas azuis, três bolas brancas e quatro bolas cinzas. Retira-se, ao acaso, uma bola da urna. Qual a probabilidade de sair uma bola azul ou uma bola branca?
- 03.** Numa pesquisa sobre a preferência em relação a duas revistas, foram consultadas 450 pessoas e o resultado foi o seguinte: 220 delas lêem a revista A, 140 lêem a revista B e 60 lêem as revistas A e B. Escolhendo um dos entrevistados ao acaso, qual a probabilidade de ele seja leitor da revista A ou da revista B?
- 04.** Qual é a probabilidade de se jogar um dado e se obter o número 3 ou um número ímpar?

Aula 3: Conceitos Básicos de Estatística

Caro aluno, diariamente vemos nos principais veículos de informações pesquisas realizadas em diversas áreas e a partir dessas é possível mostrar os comportamentos individuais e coletivos cujas conclusões são traduzidas em resultados numéricos. E esse tipo de conclusão é o objetivo da estatística.

Veremos a seguir alguns conceitos básicos de estatística:

1 – POPULAÇÃO:

Ao fazer uma coleta de dados sobre determinado assunto obtemos um conjunto formado por todos os elementos que podem oferecer informações pertencentes à pesquisa em questão. Este conjunto é denominado **população** ou **universo estatístico**.

Cada elemento da população estudada é denominado **unidade estatística**.

EXEMPLO 01:

População Estatística	Unidade Estatística
450 funcionários de uma empresa	Cada funcionário que trabalha nessa empresa
Altura dos alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola	A altura de cada aluno que estuda no 3º ano dessa escola.

2 – AMOSTRA:

É importante frisar que ao se deparar com o universo estatístico muito amplo ou até mesmo quando não é possível coletar informações de todos os seus elementos, extrai-se desse universo uma parte (subconjunto), denominado **amostra**, e as informações são coletadas nessa amostra.

Assim, para que a amostra não apresente tendências diferentes das do universo estatístico, deve-se adotar alguns critérios para torná-la imparcial.

EXEMPLO 02:

Para conhecer a estatura média do homem brasileiro, adotam-se os seguintes critérios na escolha da amostra:

- escolhem-se aleatoriamente somente homens adultos;
- escolhem-se aleatoriamente homens em todas as regiões do Brasil;
- as quantidades de homens em cada região devem ser proporcionais às quantidades de homens das várias regiões;
- escolhem-se homens de todas as classes sociais em cada região;
- as quantidades de homens em cada região devem ser proporcionais às quantidades de homens nas várias classes sociais.

Desta forma os critérios adotados tornam a tendência o mais real da possível tendência do universo estatístico.

Caro aluno chegou a hora de por em prática os conhecimentos que você aprendeu resolvendo as atividades a seguir.

Atividade 3

01. A massa (em quilogramas) de 20 trabalhadores de uma empresa com 100 funcionários está registrada a seguir:

65	73	87	92	122	78	62	77	56	102
80	71	88	92	100	65	77	58	73	121

Com base nos dados obtidos, responda:

a) Qual a população e a unidade estatística dessa pesquisa?

b) Qual é a sua amostra?

02. Definimos amplitude de uma amostra de números a diferença $b - a$ se, b e a são, respectivamente, o maior e o menor número dessa amostra. Sendo assim, determine a amplitude da amostra do exercício anterior.

03. Em um time de vôlei dos alunos das turmas dos 3º anos da escola A foram constatadas as seguintes estaturas, em metros:

1,90	1,80	1,78	1,92	1,93	2,02
1,68	1,92	1,88	2,08	1,86	1,97

a) Qual é a amostra?

b) Qual é a amplitude da amostra?

c) Qual é a população?

04. Chama-se de rol a toda sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ de dados numéricos tal que:

- cada termo, a partir do segundo, é maior ou igual ao seu antecessor;
- ou cada termo, a partir do segundo, é menor ou igual ao seu antecessor.

Com a informação acima, dada a amostra das notas de literatura de seis alunos na prova bimestral: 8; 7; 9; 5; 8 e 6, apresente os possíveis dados em rol.

Aula 4: Interpretando Gráficos

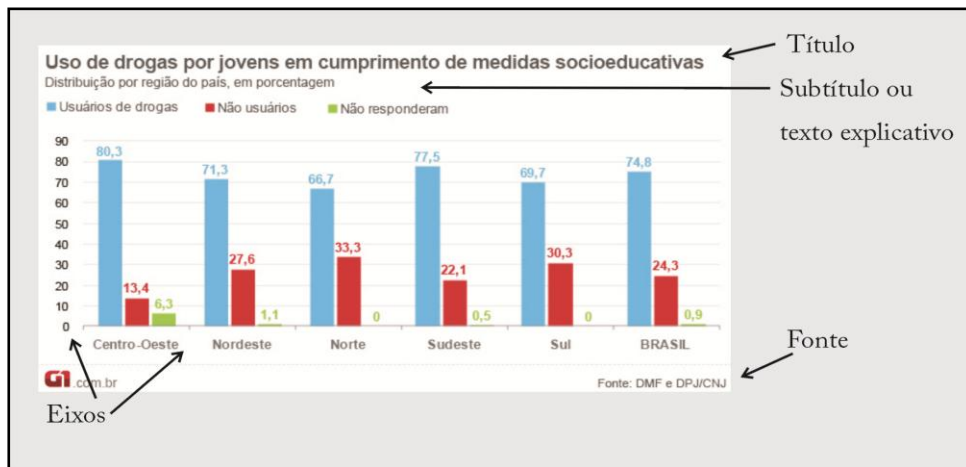
Na aula de hoje, vamos estudar um pouco sobre Estatística. Esta é a parte da matemática que trabalha com o tratamento de informações. É comum vermos gráfico em diversos meios de comunicação como: jornais, revistas e internet.

Em geral, estes gráficos estão ligados aos mais variados assuntos do nosso cotidiano e sua importância está ligada à facilidade e rapidez com que podemos interpretar as informações. Por isso, o recurso gráfico possibilita aos meios de comunicação a elaboração de inúmeras ilustrações, tornando a leitura mais agradável.

Podemos destacar os seguintes elementos de um gráfico:

- **TÍTULO** – em geral na forma de frase curta e chamativa, para despertar o interesse do leitor.
- **SUBTÍTULO OU TEXTO EXPLICATIVO** – essencial para a compreensão do gráfico. Nele encontramos o assunto de que trata o gráfico, onde e quando foi feita a pesquisa e muitas vezes as unidades escolhidas para uma ou para as duas variáveis envolvidas.
- **FONTE** – identificação do órgão ou instituição que fez a pesquisa de dados. A fonte valida a pesquisa e permite que o leitor possa confiar nas informações descritas pelo gráfico.
- **EIXOS** – Vertical e Horizontal, onde são apresentadas as variáveis do gráfico. Estes eixos podem ser visíveis ou não.

EXEMPLO 01:



Fonte: <http://g1.globo.com>

EXEMPLO 02:



Fonte: <http://g1.globo.com>

1 – TIPOS DE GRÁFICOS:

Há diversos tipos de gráficos e cada tipo de gráficos tem uma função diferente. Basicamente os gráficos são dos seguintes tipos: barras, linha, setores ou pictograma (que são os que usam desenhos).

Observe alguns exemplos de gráficos:

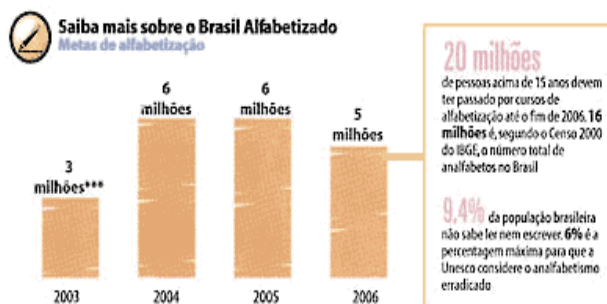
EXEMPLO 03:

GRÁFICO DE BARRAS HORIZONTAIS



Fonte: Revista Aprender março/abril de 2003

GRÁFICO DE BARRAS VERTICAIS



Fonte: Jornal Folha de São Paulo de 14/05/2003

Nos gráficos de barras (ou colunas) os dados são apresentados usando retângulos horizontais ou verticais.

Os gráficos de barras múltiplas são usados para representar mais de um fenômeno do mesmo gráfico e isso ocorre quando fazemos comparações. Um exemplo disto é o gráfico do exemplo 1, onde comparamos a porcentagem de usuários e não usuários de drogas das cinco regiões do país com o resultado geral da nação.

Os gráficos de linhas são usados para representar variações contínuas de um fenômeno no decorrer do tempo. Esse tipo de gráfico facilita a visualização das variações do que está sendo analisado.

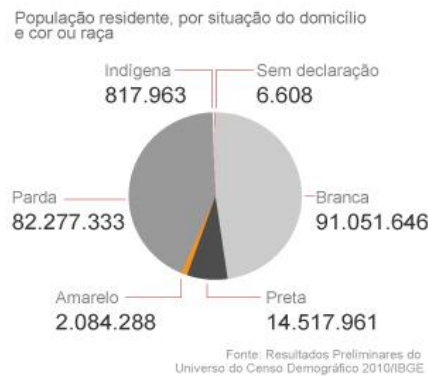
EXEMPLO 04:



Fonte : <http://g1.globo.com>

Os gráficos de setores são utilizados, em geral, para comparar partes de um conjunto de dados com o todo. Para isso costuma-se utilizar a porcentagem correspondente a cada uma das partes. Este gráfico consiste em um círculo dividido em tantas partes quantas forem as divisões dos dados e cada setor obtido é proporcional à parte por ele representada.

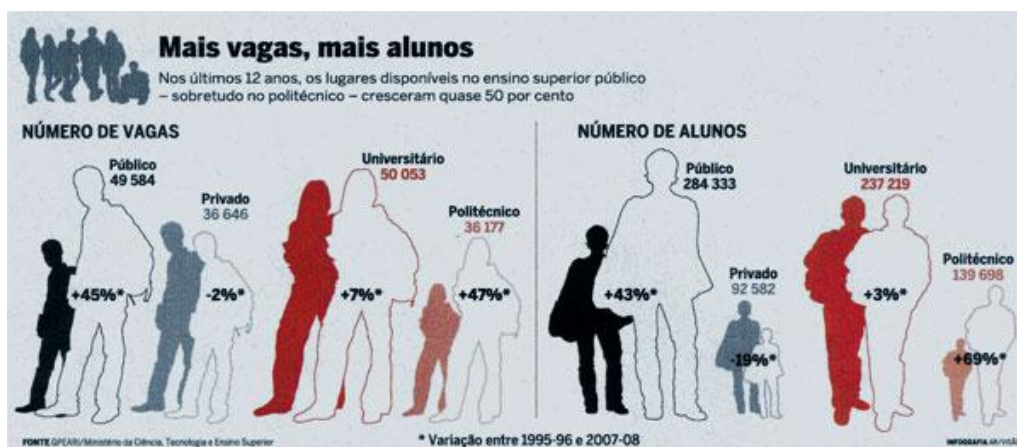
EXEMPLO 05:



Fonte: <http://g1.globo.com>

O gráfico pictórico ou pictogramas são gráficos que usam em suas apresentações imagens relacionadas ao contexto tratado. Essas imagens tornam o pictograma mais atrativo, por isso ele é muito utilizado em jornais e revistas.

EXEMPLO 06:



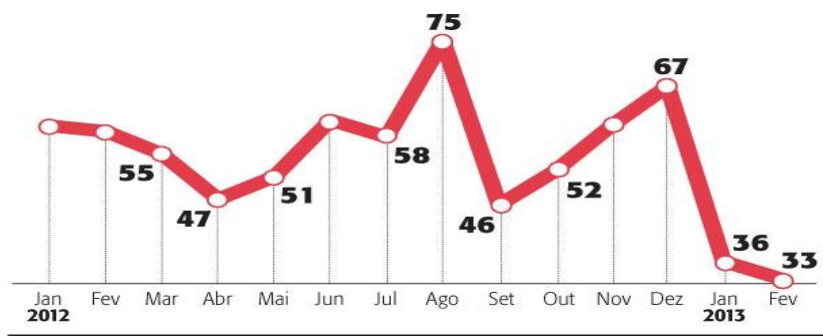
Fonte : <http://www.dados.gov.pt>

Agora vamos resolver juntos o exercício a seguir.

É apresentado o trecho de uma reportagem da Revista Rio, de de 15 de maio de 2013.

[...] “Mesmo durante o Carnaval, a estatística se manteve baixa — há dez anos a folia não registrava índices como os desta temporada. "Existe uma mudança de comportamento significativa, provocada principalmente pelo medo das multas elevadas", afirma o major Marco Andrade, coordenador da Operação Lei Seca. "O endurecimento corrobora o desejo da sociedade de diminuir a quantidade absurda de vidas que são perdidas no trânsito."

Observe o gráfico que mostra a redução da letalidade nos acidentes de trânsito na capital desde dezembro, quando entrou em vigor a nova legislação.



Fonte: <http://vejario.abril.com.br/edicao-da-semana/queda-mortes-transito-lei-seca-741003.shtml>

Com base nas informações acima, pense nas respostas:

- Sobre o que fala a reportagem?
- Qual é o tipo do gráfico?
- Qual o período analisado nesta pesquisa?
- Você pode afirmar que no período de Dezembro de 2012 a Fevereiro de 2013 houve uma queda nos números de acidentes de trânsito na capital? Em caso afirmativo, de quanto foi esta redução?
- Segundo os dados apresentados no gráfico, durante o período avaliado, qual o mês de maior índice de acidentes letais?

Então, pensou nas respostas? Vamos discuti-las!

A reportagem fala sobre a redução dos índices de acidentes letais na capital desde quando entrou em vigor a nova legislação da Lei Seca, isto é, desde Dezembro de 2012. Este é um gráfico de linha. A pesquisa foi realizada no período de Janeiro de 2012 a Fevereiro de 2013. Podemos afirmar que no período de Dezembro de 2012 a Fevereiro de 2013 houve uma queda nos números de acidentes de trânsito na capital, e que a diferença é de 34, pois $67 - 33 = 34$. Segundo os dados apresentados no gráfico, durante o período avaliado, ocorreram 75 acidentes.

Agora temos que verificar se você aprendeu. Resolva os exercícios abaixo e em caso de dúvidas retorne aos exemplos.

Atividade 4

01. Observe o gráfico a seguir publicado na Folha de São Paulo antes das eleições para Presidência da República.



Fonte: Folha de São Paulo 14 de agosto de 2010

a) Que tipo de gráfico é este?

b) Porque geralmente os dados de uma pesquisa de intenção de votos são apresentados através de um gráfico?

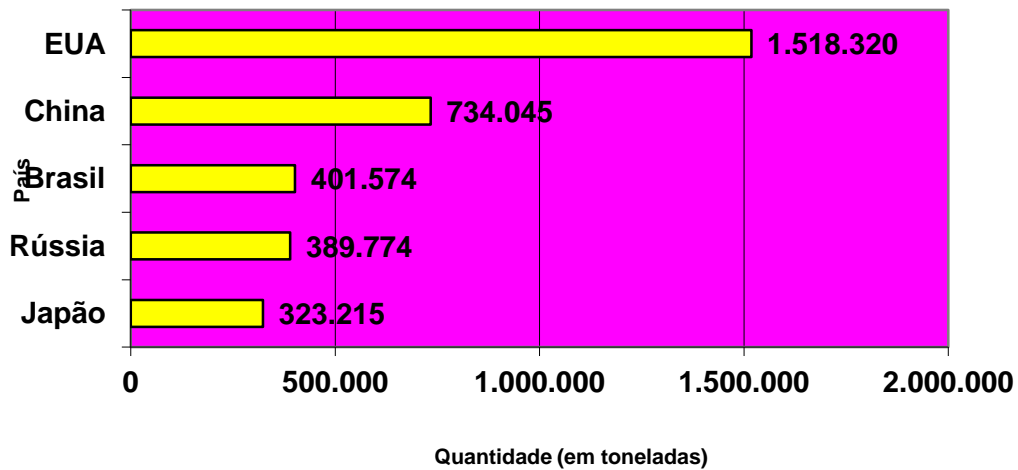
02. Responda as questões abaixo, analisando o gráfico apresentado no exercício anterior:

a) Como este tipo de divulgação de intenções de voto pode interferir no resultado de uma eleição para a Presidência da República?

b) Dos candidatos apresentados, qual recebeu maior intenção de votos, segundo esta pesquisa?

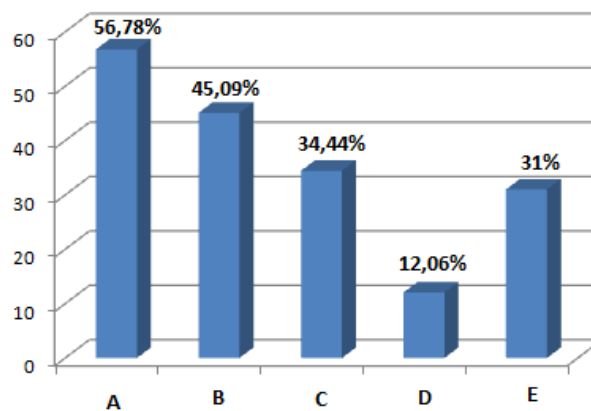
c) Qual é a diferença do primeiro para o segundo colocado nesta pesquisa?

03. Na revista Isto É de 23/02/2005 foi publicado a quantidade (em toneladas), dos países que mais emitiram CO₂ na atmosfera no ano de 2000. Estes dados estão apresentados no gráfico abaixo:



Determine a diferença, em toneladas, de emissão de CO₂ entre EUA e Japão :

04. O gráfico a seguir apresenta do crescimento de cinco empresas na cidade do Rio de Janeiro. Com base nessas informações, determine:



a) Qual a empresa que mais cresceu no período analisado?

b) Qual a diferença da empresa A para empresa B?

c) Qual a diferença da empresa que cresceu mais para a que menos cresceu ?

Aula 5: Distribuição de Frequência

Agora que já vimos como a Estatística é utilizada em nosso dia a dia, é fácil compreender a importância de estudá-la. Nesta aula, iremos aprender a construir as tabelas de distribuição de frequência.

Vamos começar analisando a seguinte situação:

▪ Ao pesquisar o preço de um determinado produto em 20 lojas diferentes, obtive os seguintes valores (em reais) :

30,00 30,00 31,00 31,00 31,00 31,00 31,00 32,00 32,00 32,00
32,00 32,00 32,00 33,00 33,00 33,00 33,00 33,00 33,00 34,00

Agora precisamos organizar estes valores pesquisados. Como proceder?

Em primeiro lugar precisamos fazer uma tabulação destes dados coletados, ou seja, organizá-los em uma tabela.

Preço (em reais)	Frequência
30,00	2
31,00	5
32,00	6
33,00	6
34,00	1

Essa forma de organização dos dados é conhecida como **distribuição de frequência**.

A **frequência absoluta**, ou apenas frequência, é o número de vezes que um determinado valor (ou dado) aparece. Neste caso:

- A frequência absoluta do R\$ 30,00 é 2.
- A frequência absoluta do R\$ 32,00 é 6.

Nós também podemos calcular o percentual que cada valor aparece nesta distribuição. Neste caso, estaremos calculando a frequência relativa de cada preço.

A frequência relativa é a percentagem relativa à frequência.

Assim as frequências relativas são:

- A frequência relativa do preço R\$ 30,00: $\frac{2}{20} = 0,10 = 10\%$, pois 2 é a quantidades de vezes que este valor aparece em 20 valores pesquisados.
- A frequência relativa do preço R\$ 31,00: $\frac{5}{20} = 0,25 = 25\%$, pois 5 é a quantidades de vezes que este valor aparece em 20 valores pesquisados.
- A frequência relativa do preço R\$ 32,00: $\frac{6}{20} = 0,30 = 30\%$, pois 6 é a quantidades de vezes que este valor aparece em 20 valores pesquisados.
- A frequência relativa do preço R\$ 33,00: $\frac{6}{20} = 0,30 = 30\%$, pois 6 é a quantidades de vezes que este valor aparece em 20 valores pesquisados.
- A frequência relativa do preço R\$ 34,00: $\frac{1}{20} = 0,05 = 5\%$, pois 1 é a quantidades de vezes que este valor aparece em 20 valores pesquisados.

Podemos representar estas frequência por meio de uma tabela que chamaremos de Tabela de Distribuição de Frequências:

x_i preço (em reais)	f_i frequência absoluta	f_r frequência relativa
30,00	2	10,00%
31,00	5	25,00%
32,00	6	30,00%
33,00	6	30,00%
34,00	1	5,00%
Total	20	100,00%

Considerando os dados apresentados nesta distribuição de frequências dos preços do produto pesquisado. Podemos responder às seguintes questões:

- a) Quantas lojas apresentaram um preço de R\$ 31,00?
- b) Qual a porcentagem de lojas com preço igual a R\$ 32,00?
- c) Qual a porcentagem de lojas com preço igual a R\$ 32,00?

Resolução:

a) 5 lojas

b) 30% das lojas tem o preço de R\$ 32,00.

c) 35% das lojas. Pois 30% tem preço igual a R\$33,00 e 5% tem o preço igual a R\$ 34,00, logo, $30+5=35$.

Agora vamos verificar se você aprendeu. Resolva os exercícios abaixo e em caso de dúvidas retorne ao exemplo apresentado.

Atividade 5

Uma professora apresentou os resultados de uma turma obtidos em uma prova bimestral de matemática. As notas estão organizadas pela ordem de chamada.

4,0 5,0 7,0 9,0 9,0 4,0 5,0 7,0 9,0 9,0 4,0 5,0 4,0 6,0
8,0 9,0 9,0 4,0 6,0 8,0 9,0 9,0 7,0 9,0 9,0

Responda as seguintes questões referente ao texto acima:

01. Construa a distribuição de frequências com a frequência absoluta e a frequência relativa das notas apresentadas.

x_i notas	f_i frequência absoluta	f_r frequência relativa
4		
5		
6		
7		
8		
9		
Total		

02. Qual foi a menor nota da turma? E a maior?

03. Determine as porcentagens dos alunos que tiraram nota 5,0 e dos alunos que tiraram nota 7,0? Qual a porcentagem de alunos que tiraram nota acima de 5,0?

04. Você diria que o rendimento da turma foi satisfatório? Justifique sua resposta.

Aula 6: Média Aritmética e Média Ponderada

A média aritmética, ou simplesmente média é a medida de tendência central mais utilizada no nosso cotidiano. Esse tipo de cálculo é muito utilizado em campeonatos de futebol, por exemplo, no intuito de determinar a média de gols da rodada ou a média de gols de um determinado jogador.

1. MÉDIA ARITMÉTICA:

É o resultado da divisão do somatório dos números dados pela quantidade de números somados.

Vejamos um trecho da reportagem publicada no Jornal O GLOBO, no dia 19 de julho de 2013:



The image shows a screenshot of a news article from the website globoesporte.com. The article is titled "Com média de 0,8 gols no Maracanã, Fred festeja retorno: 'Vai ser especial'". The author is identified as "Autor de 27 gols em 33 partidas no estádio, capitão tricolor resume sentimento dos jogadores e quer vitória para reencontrar caminho do penta". The article is dated 19/07/2013 14h00 and was updated at 19/07/2013 14h56. The website's navigation bar includes links for "futebol", "brasileirão", "copa 2014", "f-1", "seu estado", "na tv", "+ esportes", and "eu atleta".

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/futebol/times/fluminense/noticia/2013/07/com-media-de-08-gols-no-maracana-fred-festeja-retorno-vai-ser-especial.html>

Para chegar a este resultado apresentado na reportagem, basta somar todos os gols feitos pelo jogador e dividir pelo total de partidas. Ou seja:

$$27 : 33 = 0,8$$

A média aritmética também é utilizada nas escolas para calcular a média final dos alunos e nas pesquisas estatísticas, pois o resultados determina o direcionamento das ideias expressas pelas pessoas pesquisadas.

EXEMPLO 01:

Calcule a média anual de Carlos na disciplina de Matemática com base nas seguintes notas bimestrais:

1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
7,3	8,5	7,2	5,5

$$\bar{M} = \frac{7,3 + 8 + 7,2 + 5,5}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

A média anual de Carlos foi 7.

EXEMPLO 02:

O dólar é considerado uma moeda de troca internacional, por isso o seu valor diário possui variações. Acompanhando a variação de preços do dólar em reais durante uma semana verificou-se as variações de acordo com a tabela informativa:

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
R\$ 2,30	R\$ 2,10	R\$ 2,60	R\$ 2,20	R\$ 2,00

Determine o valor médio do preço do dólar nesta semana.

$$\bar{M} = \frac{2,3 + 2,1 + 2,6 + 2,2 + 2}{5} = \frac{11,2}{5} = 2,24$$

O valor médio do dólar na semana apresentada foi de R\$ 2,24.

Em alguns livros didáticos é comum você ter a seguinte fórmula para o cálculo da média aritmética:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$



Então para calcular a média de dois ou mais números, basta somarmos esses números e dividirmos o resultado pela quantidade total de números somados.

2. MÉDIA PONDERADA:

Ponderar é sinônimo de pesar. No cálculo da média ponderada, multiplicamos cada valor do conjunto por seu "peso", isto é, iremos considerar a importância relativa de cada valor.

Nos cálculos envolvendo média aritmética simples, todos os valores têm exatamente a mesma importância ou o mesmo peso. Dizemos, então, que elas têm o mesmo peso relativo. No entanto, existem casos onde as ocorrências têm importância relativa diferente. Nestes casos, o cálculo da média deve levar em conta esta importância relativa ou peso relativo. Este tipo de média chama-se média ponderada.

EXEMPLO 03:

No processo de seleção de certas instituições de Ensino Superior, a nota do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) obtida pelo candidato tem peso 4, e a obtida no vestibular, tem peso 6. Se um candidato obtiver nota 7,0 no ENEM e 5,0 no vestibular, qual será a média final?

Veja que nesta situação, temos que levar em consideração os pesos (importância) de cada avaliação.

$$\overline{N}_p = \frac{4 \times 7,0 + 6 \times 5,0}{4 + 6} = \frac{28,0 + 30,0}{10} = \frac{58,0}{10} = 5,8$$

Portanto a média do candidato será 58.

Assim a média aritmética ponderada \overline{X}_p de um conjunto de números $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ cuja importância relativa ("peso") é respectivamente $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ é calculada da seguinte maneira:

$$\overline{X}_p = \frac{p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + \dots + p_n \cdot x_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n} = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i \cdot x_i)}{\sum_{i=1}^n p_i}$$

Agora vamos verificar se você aprendeu. Resolva os exercícios abaixo e em caso de dúvidas retorne aos exemplos.

Atividade 6

01. Observe no quadro abaixo o número de transplantes de coração realizados no Brasil a cada ano, desde 1998 até 2008.

Ano	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Número de Transplantes	95	109	121	131	150	175	202	180	149	160	200

Fonte : <http://www.abto.org.br/>

Calcule a média de transplantes realizadas no país no período de 1998 até 2008:

02. Observe um trecho da reportagem publicada em 25 de junho sobre a Copa das Confederações realizada no Rio de Janeiro:

Copa das Confederações de 2013 tem segunda melhor média de gols da história em competições da Fifa



Só a Copa do Mundo de 1954 teve índice melhor que o torneio disputado no Brasil

Impulsionada pelas goleadas levadas pelo Taiti, a média de gols da Copa das Confederações de 2013 é a segunda melhor da história em competições entre seleções organizadas pela Fifa. O torneio no Brasil tem, ao fim da primeira fase, 58 gols em 12 partidas.

Calcule a média de gols por partida nesta primeira fase da competição:

03. Uma avaliação com seis testes foi realizada com os empregados de uma pequena indústria. Os resultados foram tabulados e apresentados em uma tabela. Observe:

Número de Acertos	Frequência absoluta
0	2
1	5
2	6
3	25
4	9
5	12
6	3

Determine a média de acertos:

04. André participou de um concurso, onde foram realizadas provas de Português, Matemática, Conhecimentos Gerais e Informática. Essas provas tinham os respectivos pesos: 3, 3, 2 e 2. Sabendo que André tirou 8,0 em Português, 7,5 em Matemática, 5,0 em Conhecimentos Gerais e 4,0 em Informática. Qual foi a média que ele obteve?

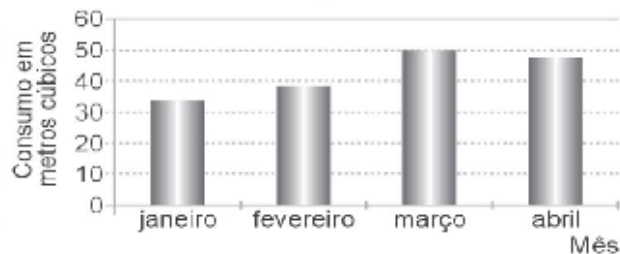
05. Na escola de Gabriel, a média anual de cada matéria é calculada de acordo com os princípios da média ponderada. Considerando que o peso das notas esteja relacionado ao bimestre em questão. Determine a média anual de Gabriel sabendo que as notas em Matemática foram:

Bimestre	Nota	Peso
1º	7	1
2º	6	2
3º	8	3
4º	7,5	4

Avaliação

Nesta aula você encontrará algumas atividades para relembrar e aplicar o que estudou até aqui. São atividades simples e com certeza você consegue realizar!

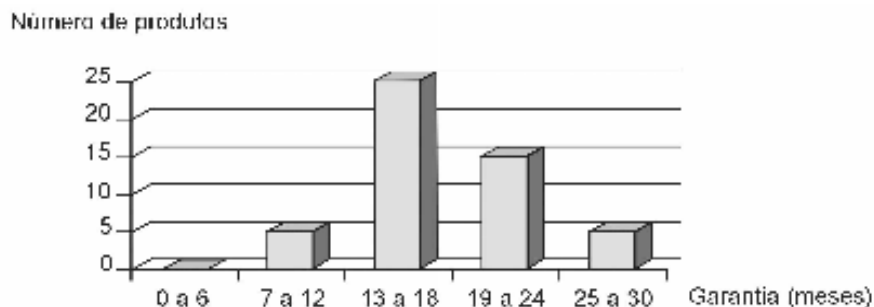
01. (PAMA06039AC) O gráfico abaixo mostra o consumo de água de uma cantina, durante 4 meses.



De acordo com os dados apresentados nesse gráfico, o mês de maior consumo é:

- (A) Janeiro.
- (B) Fevereiro.
- (C) Março
- (D) Abril.

02. (PAMA1116AC) Uma grande loja de eletrodomésticos oferece garantia na venda de seus produtos. Alguns produtos têm garantia de até 30 meses. Observe o gráfico abaixo sobre a duração da garantia em relação ao número de produtos.



Quantos são os produtos que têm garantia superior a 18 meses?

- (A) 5
- (B) 15
- (C) 20
- (D) 25
- (E) 45

03. (PAMA11177MS) Lançando-se uma moeda e um dado, qual é a probabilidade de ocorrerem coroa e um número menor que 4?

- (A) $\frac{1}{3}$
- (B) $\frac{2}{3}$
- (C) $\frac{1}{4}$
- (D) $\frac{3}{4}$
- (E) $\frac{5}{4}$


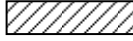

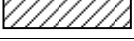
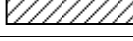
04. (M11327SI) Em uma revendedora há 40 carros de cor prata, 30 carros de duas portas e 10 carros de cor prata e de duas portas. Ao comprar um desses carros, qual é a probabilidade de que seja um carro prata de duas portas?

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{1}{3}$
- (C) $\frac{1}{4}$
- (D) $\frac{1}{6}$
- (E) $\frac{1}{8}$

05. Para votar, cinco eleitores demoraram, respectivamente, 3 minutos e 30 segundos, 3 minutos, 2 minutos e 30 segundos, 2 minutos e 4 minutos. Qual foi a média do tempo de votação desses eleitores?

- (A) 5 minutos
- (B) 4 minutos
- (C) 3 minutos
- (D) 2 minutos

06. Em certa eleição municipal foram obtidos os seguintes resultados:

Candidato	Porcentagem do Total de Votos	Quantidade de Votos
A	26,00%	
B	25,00%	
C	22,00%	
Nulo ou em Branco		196
Total	100,00%	

Na tabela acima alguns valores foram apagados. Qual é o número de votos obtido pelo candidato vencedor?

- (A) 178
- (B) 182
- (C) 184
- (D) 188
- (E) 191

Pesquisa

Caro aluno, agora que já estudamos todos os principais assuntos relativos ao 2º bimestre, é hora de discutir um pouco sobre a importância deles na nossa vida. Então, vamos lá?

Leia atentamente as questões a seguir e através de uma pesquisa responda cada uma delas de forma clara e objetiva.

ATENÇÃO: Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites nos quais foram utilizados.

I – Apresente alguns exemplos de situações reais nas quais podemos encontrar gráficos e tabela.

II – Apresente algumas aplicações práticas dos conhecimentos de Estatística que você aprendeu:

III – Agora pesquise em jornais e revistas alguns exemplos de gráficos. Recorte e destaque o Título, a Fonte e o tipo do gráfico que você escolheu:

(ATENÇÃO: Fazer esta parte da atividade na parte folha separada!)

IV – Assista ao vídeo sugerido sobre Média, e escreva suas observações sobre o que assistiu e qual a sua aplicabilidade no dia a dia? O vídeo está disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Audios/index.php?url=http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Audios/AudiosM3Matematica/ProblemasSolucoes/MediasImportam/>

Referências

- [1] DOLCE, O.; POMPEU, J. Fundamentos de Matemática Elementar 9: Geometria Plana. 8ª ed. São Paulo: Atual, 2006.
- [2] IEZZE, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. Matemática e realidade. 6ª. Edição. São Paulo: Atual, 2009.
- [3] DINIZ, M.; SMOLE, K. Matemática: Ensino Médio. 6ª. Edição. São Paulo: Saraiva, 2010.
- [4] LOPES, M; Tratamento da Informação. Rio de Janeiro: Editora Universitária, IM/UFRJ, 1997.
- [5] PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares da Educação Básica. Curitiba: SEED, 2006
- [6] MARTAIX, M. El Discreto encanto de las matemáticas. Barcelona: Marcombo, 1986.

Equipe de Elaboração

COORDENADORES DO PROJETO

Diretoria de Articulação Curricular

Adriana Tavares Mauricio Lessa

Coordenação de Áreas do Conhecimento

Bianca Neuberger Leda

Raquel Costa da Silva Nascimento

Fabiano Farias de Souza

Peterson Soares da Silva

Ivete Silva de Oliveira

Marília Silva

COORDENADORA DA EQUIPE

Raquel Costa da Silva Nascimento

Assistente Técnico de Matemática

PROFESSORES ELABORADORES

Ângelo Veiga Torres

Daniel Portinha Alves

Fabiana Marques Muniz

Herivelto Nunes Paiva

Izabela de Fátima Bellini Neves

Jayme Barbosa Ribeiro

Jonas da Conceição Ricardo

Reginaldo Vandrê Menezes da Mota

Tarliz Liao

Vinícius do Nascimento Silva Mano

Weverton Magno Ferreira de Castro