Matemática

Aluno

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada – 04

1° Série | 4° Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Série
Matemática	**Ensino Médio**	**4°**	**1°**

Habilidades Associadas
1. Identificar fenômenos que crescem ou decrescem exponencialmente.
2. Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
3. Resolver problemas significativos utilizando a função exponencial.
4. Resolver equações exponenciais simples.
5. Representar o seno, o co-seno e a tangente de um arco qualquer no ciclo trigonométrico.
6. Resolver equações trigonométricas simples, com soluções na primeira volta.
7. Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SOMANDO FORÇAS
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

Apresentação

A Secretaria de Estado de Educação elaborou o presente material com o intuito de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas de pesquisa, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e respectivos tutores – docentes preparados para incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A proposta de desenvolver atividades pedagógicas de aprendizagem autorregulada é mais uma estratégia pedagógica para se contribuir para a formação de cidadãos do século XXI, capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas. Assim, estimula-se a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios da contemporaneidade, na vida pessoal e profissional.

Estas atividades pedagógicas autorreguladas propiciam aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências nucleares previstas no currículo mínimo, por meio de atividades roteirizadas. Nesse contexto, o tutor será visto enquanto um mediador, um auxiliar. A aprendizagem é efetivada na medida em que cada aluno autorregula sua aprendizagem.

Destarte, as atividades pedagógicas pautadas no princípio da autorregulação objetivam, também, equipar os alunos, ajudá-los a desenvolver o seu conjunto de ferramentas mentais, ajudando-o a tomar consciência dos processos e procedimentos de aprendizagem que ele pode colocar em prática.

Ao desenvolver as suas capacidades de auto-observação e autoanálise, ele passa ater maior domínio daquilo que faz. Desse modo, partindo do que o aluno já domina, será possível contribuir para o desenvolvimento de suas potencialidades originais e, assim, dominar plenamente todas as ferramentas da autorregulação.

Por meio desse processo de aprendizagem pautada no princípio da autorregulação, contribui-se para o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para o aprender-a-aprender, o aprender-a-conhecer, o aprender-a-fazer, o aprender-a-conviver e o aprender-a-ser.

A elaboração destas atividades foi conduzida pela Diretoria de Articulação Curricular, da Superintendência Pedagógica desta SEEDUC, em conjunto com uma equipe de professores da rede estadual. Este documento encontra-se disponível em nosso site www.conexaoprofessor.rj.gov.br, a fim de que os professores de nossa rede também possam utilizá-lo como contribuição e complementação às suas aulas.

Estamos à disposição através do e-mail curriculominimo@educacao.rj.gov.br para quaisquer esclarecimentos necessários e críticas construtivas que contribuam com a elaboração deste material.

Secretaria de Estado de Educação

Caro aluno,

Neste documento você encontrará atividades relacionadas diretamente a algumas habilidades e competências do 4° Bimestre do Currículo Mínimo. Você encontrará atividades para serem trabalhadas durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, Aluno, desenvolva estes Planos de Curso na ausência do Professor da Disciplina por qualquer eventual razão. Estas atividades foram elaboradas a partir da seleção das habilidades que consideramos essenciais do 1° Ano do Ensino Médio no 4° Bimestre.

Este documento é composto de um texto base, na qual através de uma leitura motivadora você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas a estas habilidades. Leia o texto, e em seguida resolva as Ficha de Atividades. As Fichas de atividades devem ser aplicadas para cada dia de aula, ou seja, para cada duas horas/aulas. Para encerrar as atividades referentes a cada bimestre, ao final é sugerido uma pesquisa sobre o assunto.

Para cada Caderno de Atividades, iremos ainda fazer relações diretas com todos os materiais que estão disponibilizados em nosso site *Conexão Professor*, fornecendo, desta forma, diversos materiais de apoio pedagógico para que o Professor aplicador possa repassar para a sua turma.

Neste Caderno de atividades, iremos estudar sobre a função exponencial e introduzir a trigonometria na circunferência. Na primeira parte vamos conhecer a função exponencial, construindo seu gráfico e aprendendo a utilizá-la na resolução de problemas. Em seguida, iremos estudar sobre a trigonometria na circunferência, definindo o comportamento do seno, cosseno e tangente.

Este documento apresenta 4 (quatro) aulas. As aulas são compostas por uma explicação base, para que você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas às habilidades e competências principais do bimestre em questão, e atividades respectivas. Leia o texto e, em seguida, resolva as Atividades propostas. As Atividades são referentes a um tempo de aula. Para reforçar a aprendizagem, propõe-se, ainda, uma avaliação e uma pesquisa sobre o assunto.

Um abraço e bom trabalho!

Equipe de Elaboração.

Sumário

Aula 1: Revisando Potenciação.

Caro aluno, nesta aula nós iremos revisar algumas propriedades de potências. Estas propriedades nos ajudam a compreender melhor o estudo das funções exponenciais. Todos os assuntos que estudaremos nesta aula, já foram vistos em outros anos, no entanto, é importante que você fique atento a cada detalhe!

Boa aula!!

1– POTENCIA COM EXPOENTE NATURAL:

Potenciação é uma multiplicação de fatores iguais. Observe como é simples! ´

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

Essa expressão representa a multiplicação de 2 fatores iguais a 3. Ela representa uma potência de base 3 e expoente 2.

Note que a “base” é o valor que irá repetir, e o “expoente” vai dizer quantas vezes você vai repetir a “base”. De forma geral, podemos dizer que:

$$\boldsymbol{a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a^n}_{n \text{ fatores.}}}$$

2 – POTÊNCIA COM EXPOENTE INTEIRO:

Sendo a base **a** um número real positivo e expoente **n** um número inteiro que pode ser negativo, temos a seguinte regra:

$$\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

Achou confuso? Vamos apresentar alguns exemplos numéricos para facilitar a sua compreensão!

EXEMPLO 01:

- $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3\ .\ 3} = \frac{1}{9}$
- $(\frac{1}{2})^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$
- $(\sqrt{5})^{-2} = \frac{1}{\sqrt{5}^2} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$

3 – POTÊNCIA COM EXPOENTE RACIONAL:

Se **a** é um expoente real positivo e m/n um número reacional, com n inteiro positivo, definimos:

$$\boldsymbol{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

EXEMPLO 2:

- $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

Nesse caso nós também podemos fazer o contrário, veja: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Exemplo: $\sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}}$

4 – RESUMO DAS PROPRIEDADES DA POTÊNCIA:

Sempre que as potências de número real e operações estejam definidas, temos a seguintes propriedades das potências. Vamos revisá-las com muita atenção, pois utilizaremos bastante nas próximas aulas!

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$

EXEMPLO 03:

a) $5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$

b) $\frac{2^6}{2^3} = 2^{6-3} = 2^3$

c) $(2^4)^3 = 2^{4.3} = 2^{12}$

d) $(7 \cdot 5)^2 = 7^2 \cdot 5^2$

e) $7^{x+3} = 7^x \cdot 7^3$

f) $5^{2-x} = \frac{5^2}{5^x}$

Atividade 1

01. Calcule:

a) 3^4

b) $(\sqrt{5})^2$

c) $2^{\frac{1}{3}}$

d) 6^0

02. Encontre os valores da potência $\mathbf{5^n}$, para **n** igual a:

a) n = 2

b) n = – 1

c) n = 0

03. Reduza a uma única potência:

a) $3^2 \cdot 3^8 =$

b) $\frac{2^{20}}{2^{10}} =$

c) $(3^2)^3 =$

d) $3^x \cdot 3^2 =$

e) $\frac{2^x}{2^5} =$

f) $(3^x)^3 =$

04. Efetue a multiplicação $\sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{5^2}$.

Aula 2: Crescimento e decrescimento da função exponencial.

Caro aluno, nesta aula vamos estudar como identificar o crescimento e o decrescimento das funções exponenciais. Também iremos ver em que situação se aplica o conceito de exponencial em nosso cotidiano. Leia com atenção e boa aula!

1 – DEFINIÇÃO:

A função f: $IR \rightarrow IR$ dada por f (x) = a^x denomina-se função exponencial, sendo (a > 0 e a $\neq$ 1). Esta função também pode ser representada por y = a^x. Ela também é conhecida pelo crescimento e decrescimento muito rápido, vamos entender melhor o que isso significa. Observe alguns exemplos abaixo:

a) f(x) = 5^X

b) Y = $(0,2)^X$

As restrições **a > 0** e **a** $\neq$ **1**, são muito importantes, veja porque:

- ✓ Para **a = 0** e **x** negativo, não existira **a**$^{\mathbf{x}}$. (Pois se o **a** for igual a 0, o gráfico será constante)
- ✓ Para **a < 0** e **x = ½**, não haveria **a**$^{\mathbf{x}}$. (Se tornaria uma Raiz negativa, assim não teríamos uma função em real)
- ✓ Para **a = 1** e **x** qualquer número real, **a**$^{\mathbf{x}}$ **= 1**. (Função constante)

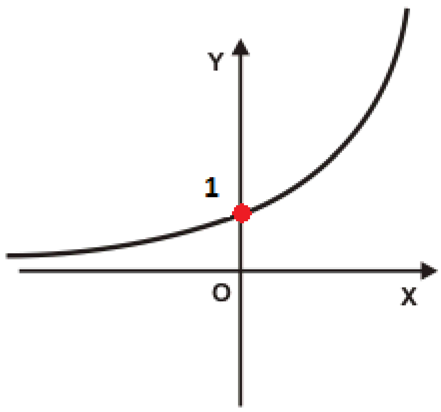
2 – CRESCIMENTO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL:

O crescimento demográfico é um dos exemplos de uma função exponencial crescente, no exemplo a seguir vamos identificar uma situação em que podemos notar a aplicação dessa função.

Figura 1

Se a > 1, temos uma função crescente para qualquer valor de x ∈ IR, perceba que quanto maior o valor de x, maior o valor de y.

a > 1



EXEMPLO 01:

Observe alguns exemplos de funções exponenciais crescentes:

- $f(x) = 2^x$
- $f(x) = 5^x$

3 – DECRESCIMENTO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL:

A datação de carbono 14 é um dos exemplos mais presentes em nosso dia a dia para explicar o decrescimento da função exponencial. Observe o gráfico.

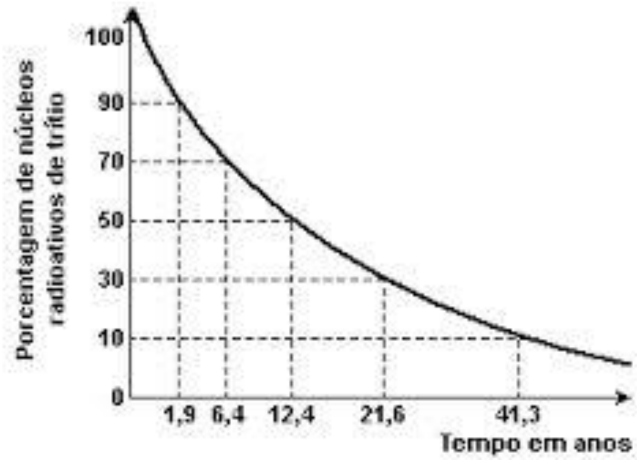


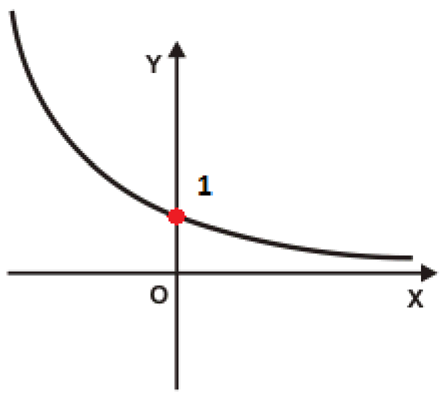
Figura 2

“A técnica de datação por carbono-14 foi descoberta nos anos quarenta por Willard Libby. Ele percebeu que a quantidade de carbono-14 dos tecidos orgânicos mortos diminui a um ritmo constante com o passar do tempo. Assim, a medição dos valores de carbono-14 em um objeto antigo nos dá pistas muito exatas dos anos decorridos desde sua morte.”

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Carbono-14

Se $0 < a < 1$, a função é dita decrescente para qualquer valor de x real, nesse caso quanto maior o x menor o y.

$0 < a < 1$



EXEMPLO 02:

Observe alguns exemplos de funções exponenciais decrescentes:

- $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x}$
- $f(x) = (0,5)^x$

Agora é hora de exercitar!!

Atividade 2

01. Dadas as funções abaixo, verifique qual delas é uma função definida em R:

a) $f(x) = 2^x$

b) $f(x) = (-4)^x$

c) $f(x) = (1/2)^x$

d) $y = 1^x$

e) $y = 0^x$

f) $y = x^2$

02. Diga qual das funções é crescente ou decrescente.

a) $f(x) = 5^x$

b) $f(x) = \pi^x$

c) $f(x) = (\sqrt{3})^x$

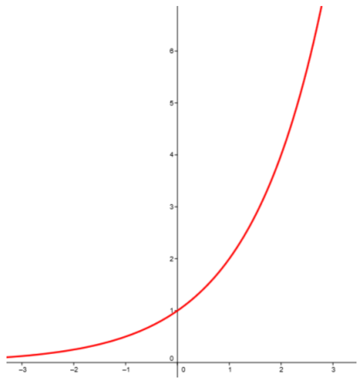
d) $f(x) = (1/8)^x$

03. Quais os valores de k a função exponencial $f(x) = (k + 2)^x$ é decrescente?

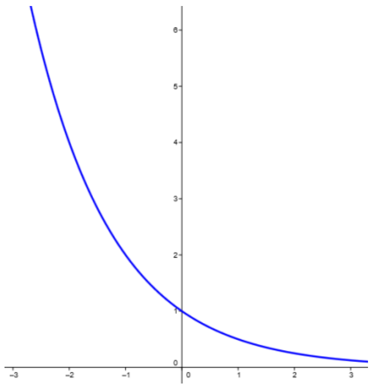
04. Para quais valores de K a função $f(x) = (k - 5)^x$ é crescente?

05. Analise os gráficos abaixo e determine se é crescente ou decrescente.

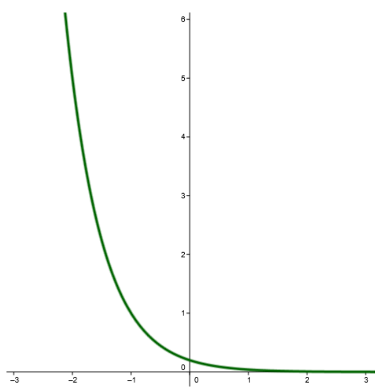
a)



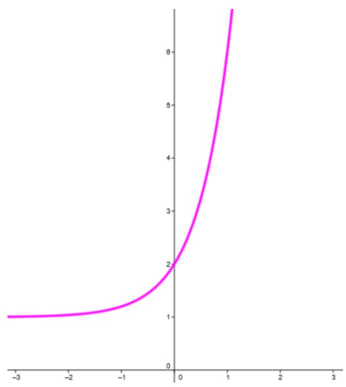
b)



c)



d)



Aula 3: Encontrando a função exponencial.

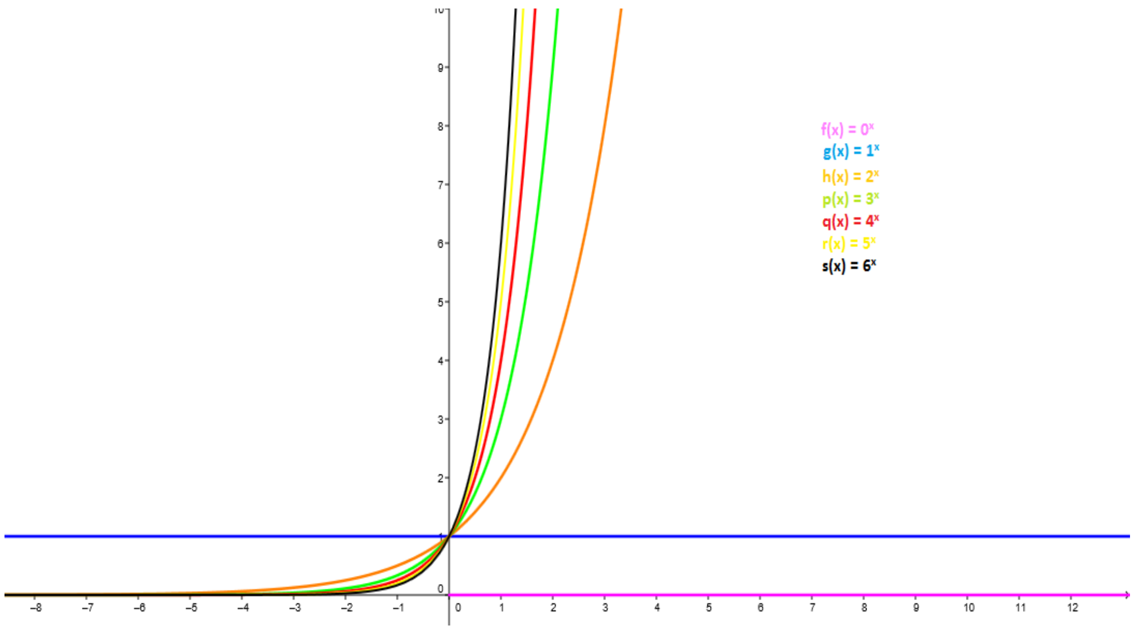
Caro aluno, nesta aula vamos aprender como determinar os coeficientes da função exponencial dados os gráficos, além de descobrir o papel de cada um no gráfico. Boa aula!

1 – FORMATO ALGÉBRICO:

O primeiro formato algébrico estudado foi **$f(x) = a^x$ ou $y = a^x$**. Agora, iremos estudar o novo formato algébrico da função exponencial, **$f(x) = b . a^x$ ou $y = b . a^x$.** As restrições quanto ao **a** continuam ($a > 0$ e $a \neq 1$). Esses são os casos mais usados normalmente.

1.1 – FORMATO $f(x) = a^x$.

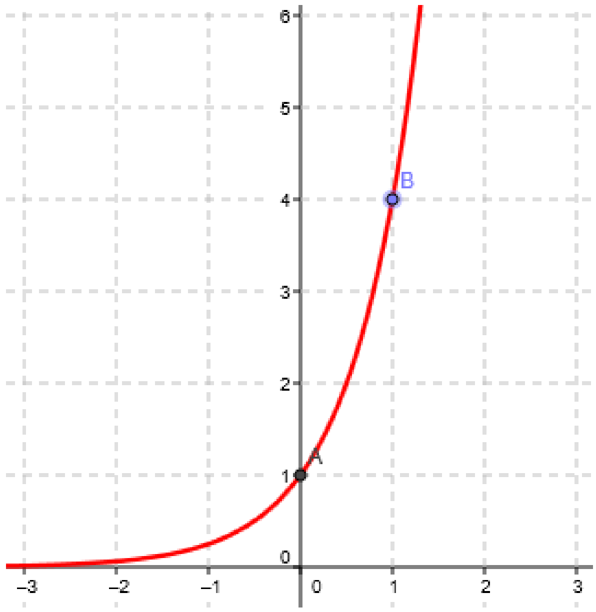
O gráfico nos ajuda a saber como a função se comporta em algumas situações. Na imagem abaixo observe a função da base **a** e expoente **x** . Perceba que quanto maior o valor da base mais próximo do eixo y ele fica, em outras palavras podemos dizer que, quanto maior o valor da base mais rápido é o crescimento da função.



Agora como vamos encontrar a função dado o gráfico?

EXEMPLO 01:

Observe o gráfico abaixo e encontre ao sua função:



Resolução:

Nesse caso o que devemos fazer para encontrar a função que deu origem ao gráfico, é usar a forma algébrica para nos ajudar.

Em, $y = a^x$*, substituindo os valores x e y, pelos valores do par ordenado (1,4), vamos encontrar:*

$$y = a^x$$

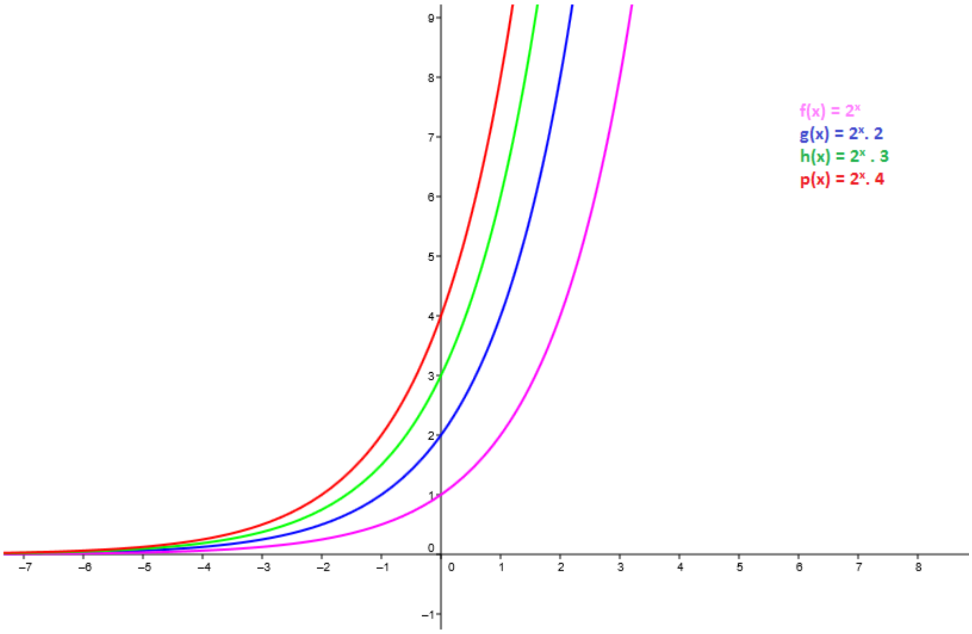
$$4 = a^1$$

$$4 = a$$

Então a função é $f(x) = a^x$ *. E neste caso, teremos:* $f(x) = 4^x$.

1.2 – FORMATO $f(x) = b.a^x$.

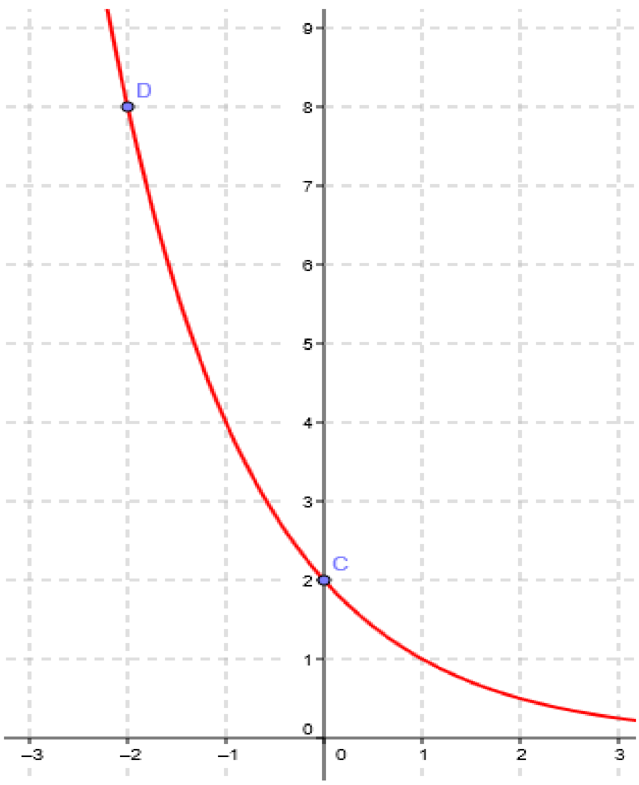
Na imagem abaixo podemos ver que, o gráfico corta o eixo y no valor de **b**.



E para encontrar este gráfico é tão simples quanto o exemplo anterior! Preste atenção!

EXEMPLO 02:

Observe o gráfico abaixo e encontre a sua função:



Resolução:

Nesse formato de função temos que ficar atentos o valor de ***b,*** *se olharmos para o eixo y veremos o valor de* ***b****, como foi dito acima.*

Então, b = 2, substituindo no formato, $\boldsymbol{y = b \cdot a^x}$

Usando o par ordenado (-2,8), temos:

$$y = b \cdot a^x$$

$$8 = 2 \cdot a^{-2}$$

$$8/2 = a^{-2}$$

$$4 = \frac{1}{a^2}$$

$$a^2 = 1/4$$

$$a = \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \therefore \quad a = 1/2$$

Logo, a função será: $y = 2 \cdot (1/2)^x$

Caro aluno, chegou a hora de praticar!

Resolva a Ficha de Atividades a seguir para exercitar os conhecimentos que você aprendeu, em caso de dúvidas retorne aos exemplos.

Atividade 3

01. Dadas as funções exponenciais do tipo $f(x) = b \cdot a^x$, encontre os valores de a e b:

a) $f(x) = 2^x \cdot 4$

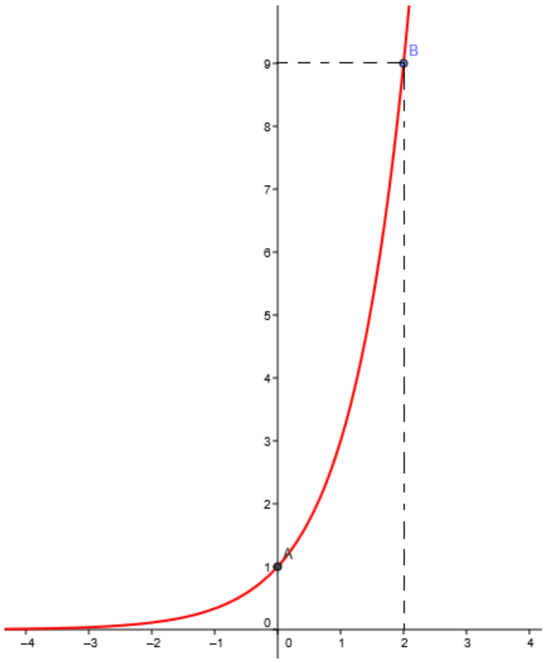
b) $f(x) = (1/5)^x \cdot 6$

c) $f(x) = 8 \cdot 3^x$

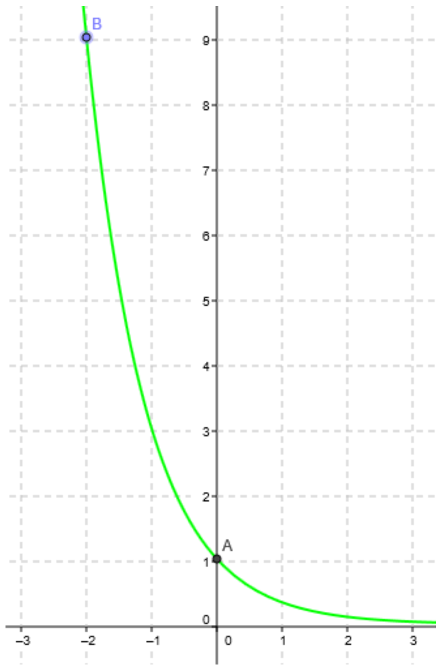
d) $f(x) = 6 \cdot (0,3)^x$

02. Cada gráfico abaixo representa uma função exponencial do tipo f(x) = a^x, determine a lei de formação de cada uma delas.

a)

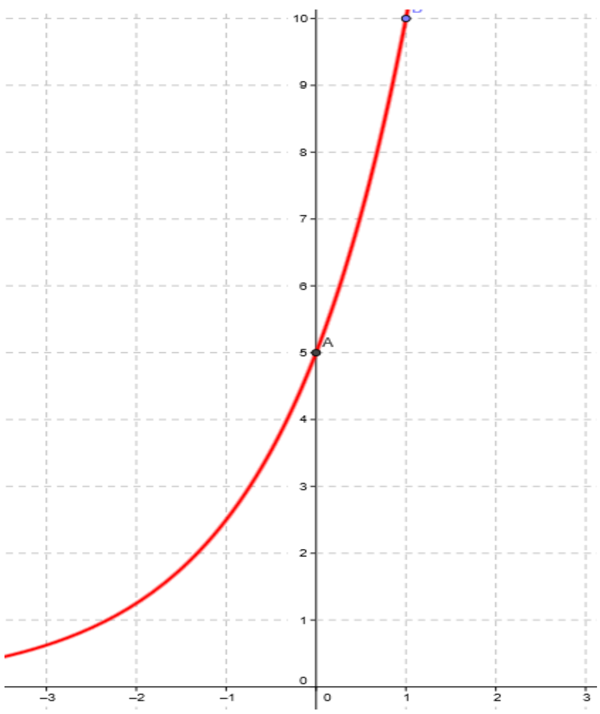


b)

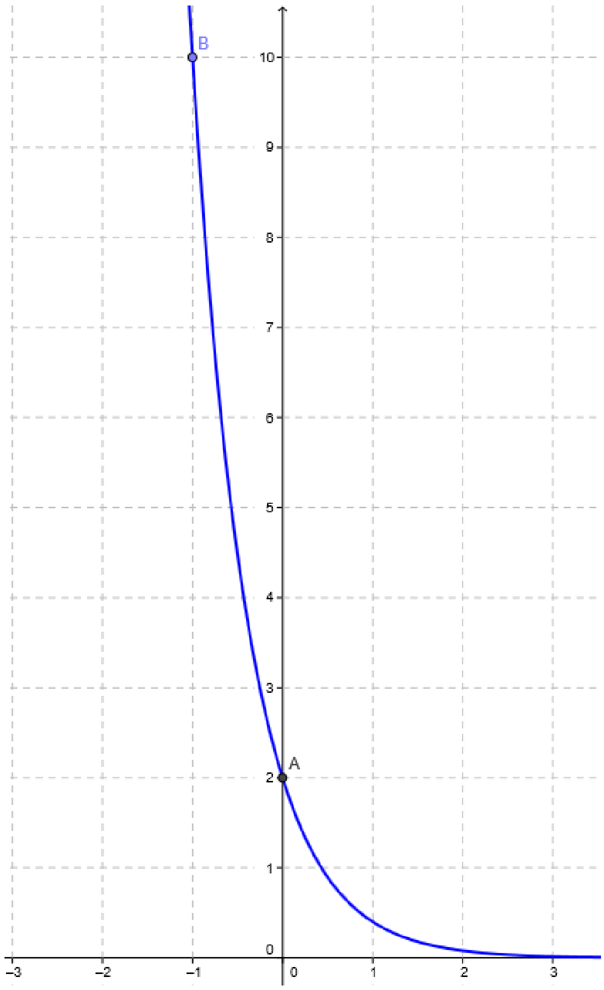


03. Cada gráfico das funções a seguir tem o formato do tipo f(x) = b . a^x, determine a lei de formação de cada um.

a)



b)



04. Dadas as funções, determine a base e o expoente da função de formato $f(x) = a^x$:

a) $f(x) = 4^x$

b) $f(x) = 2^{x + 1}$

c) $f(x) = (1/5)^x$

d) $f(x) = (0,2)^{2x}$

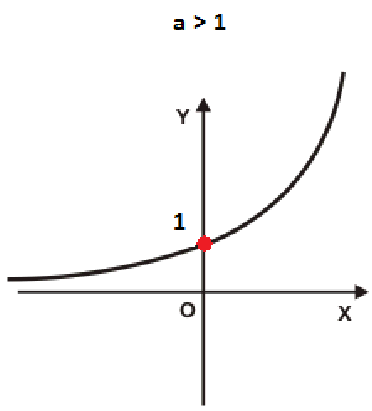
Aula 4: Gráfico da função exponencial.

Na aula de hoje, vamos aprender a construir o gráfico da função exponencial de uma maneira simples e fácil. Mas para isso precisaremos conhecer bem algumas propriedade. Vamos lá! Boa leitura.

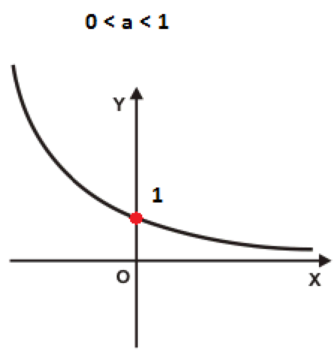
1 — GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO EXPONENCIAL:

O gráfico da função exponencial, qualquer função f de R em R, que pode ser crescente ou decrescente, definida pela lei de formação **f(x) =** a^x ou **y =** a^x.(**a** $\neq$ **1** e **a > 0**) com x ∈ R.

Se **a > 1**, temos uma função **crescente** para qualquer valor de x ∈ IR, perceba que quanto maior o valor de x, maior o valor de y.



Se **0 < a < 1** função **decrescente** para qualquer valor de x real, nesse caso quanto maior o x menor o y.



– **COMO CONSTRUIR UM GRÁFICO:**

Para construir o gráfico da função exponencial você deverá inicialmente construir uma tabela atribuindo valores a variável x e encontrar os valores para y. Mas, não podemos atribuir poucos valores para x, porque, quanto menos valores, mais difícil é a visualização do gráfico. Vamos observar alguns exemplos:

EXEMPLO 01:

Ache o valor de **k** na função $f(x) = (k - 7)^x$ de modo que:

a) f seja crescente;

b) f seja decrescente.

Resolução:

a) Para que a função seja crescente, ou seja, $a > 1$, temos que considerar que $K - 7 > 1$, logo $K > 1 + 7$, então $K > 8$.

b) Para que a função seja decrescente, ou seja $0 < a < 1$

$0 < k - 7 < 1$

$0 + 7 < k < 1 + 8$

$7 < k < 9$

EXEMPLO 02:

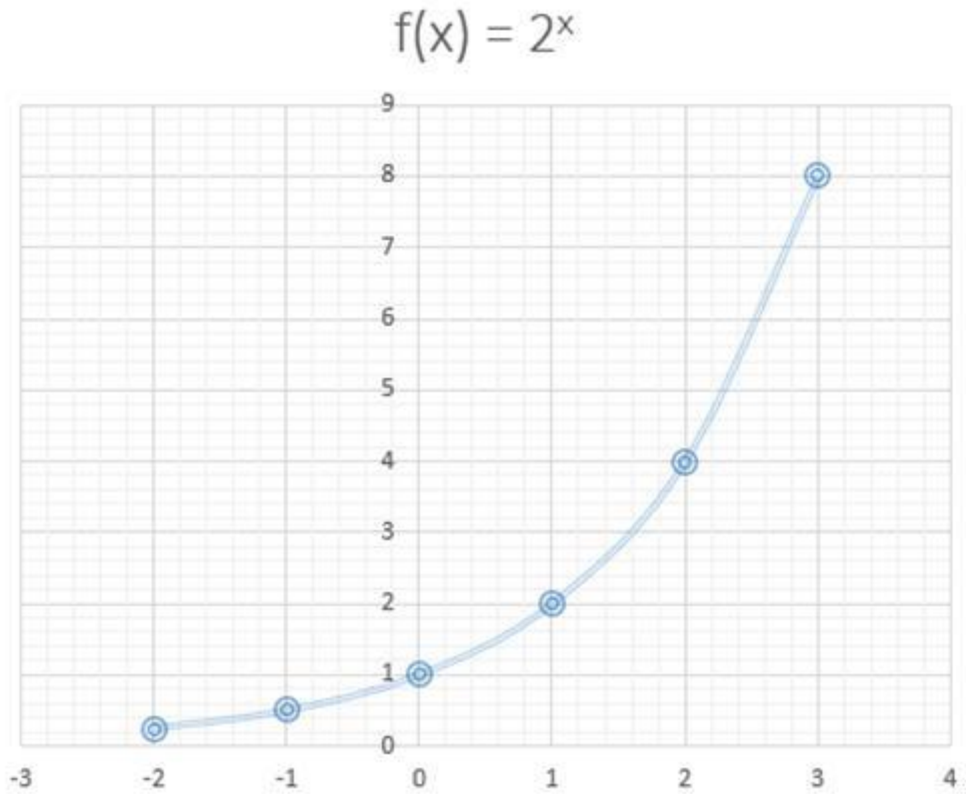
Construir o gráfico da função $f(x) = 2^x$.

Resolução:

Para iniciar a atividade temos que construir uma tabela. Observe:

X	$y = 2^x$	(x,y)
-2	$2^{-2} = 1/4$	(-2,1/4)
-1	$2^{-1} = 1/2$	(-1,1/2)
0	$2^0 = 1$	(0,1)
1	$2^1 = 2$	(1,2)
2	$2^2 = 4$	(2,4)
3	$2^3 = 8$	(3,8)

Agora utilize os pares ordenados para construir o gráfico da função.



EXEMPLO 03:

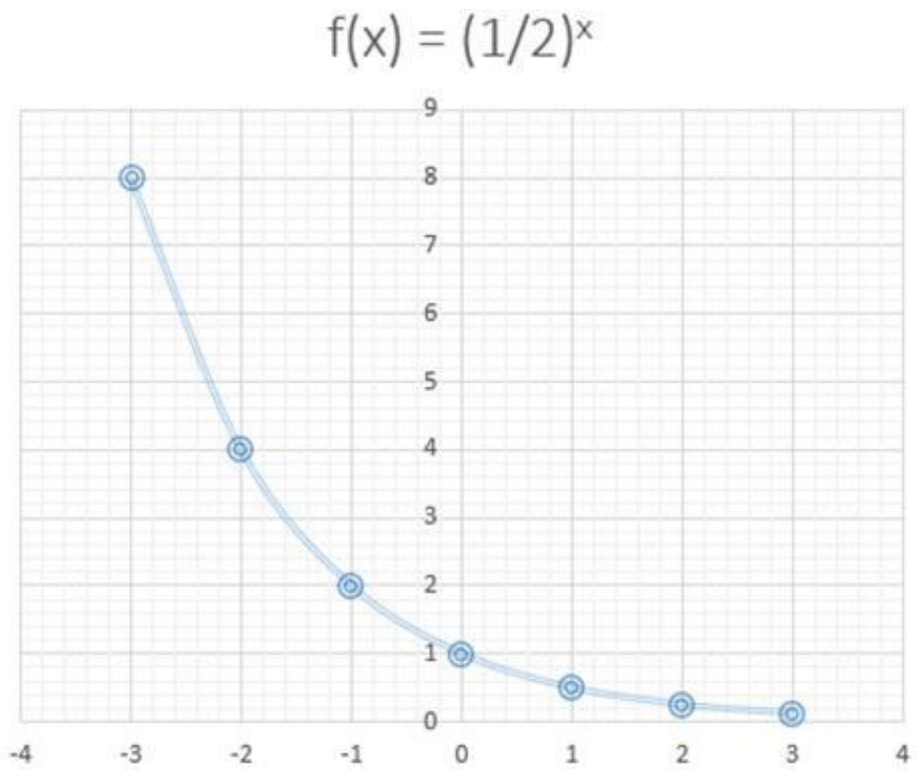
Construa o gráfico da função $y = (1/2)^x$.

Resolução:

Inicie construindo a tabela, veja:

X	$(1/2)^2$	(x,y)
-3	$(1/2)^{-3} = 8$	(-3,8)
-2	$(1/2)^{-2} = 4$	(-2,4)
-1	$(1/2)^{-1} = 2$	(-1,2)
0	$(1/2)^0 = 1$	(0,1)
1	$(1/2)^1 = 1/2$	(1,1/2)
2	$(1/2)^2 = 1/4$	(2,1/4)
3	$(1/2)^3 = 1/8$	(3,1/8)

Agora utilize os pares ordenados para construir o gráfico da função.



Agora temos que verificar se você aprendeu. Resolva os exercícios abaixo e em caso de dúvidas retorne aos exemplos.

Atividade 4

01. Ache **m** na função $f(x) = (m - 4)^x$, de modo que:

a) f seja crescente;

b) f seja decrescente.

02. Dada a função $f(x) = 3^x$, determine:

a) f(2)

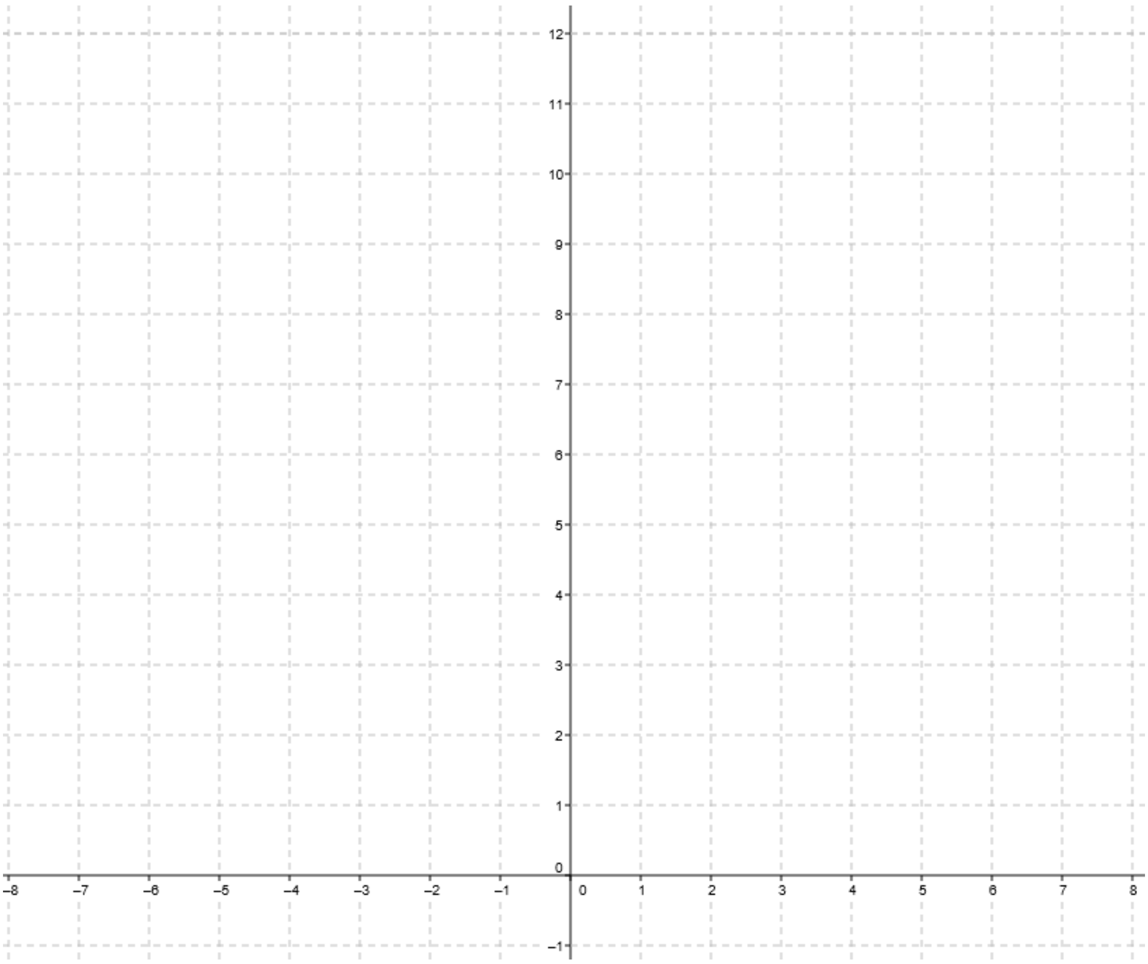
b) f(-3)

c) f(0)

03. Com o auxílio da tabela construa os gráficos das funções:

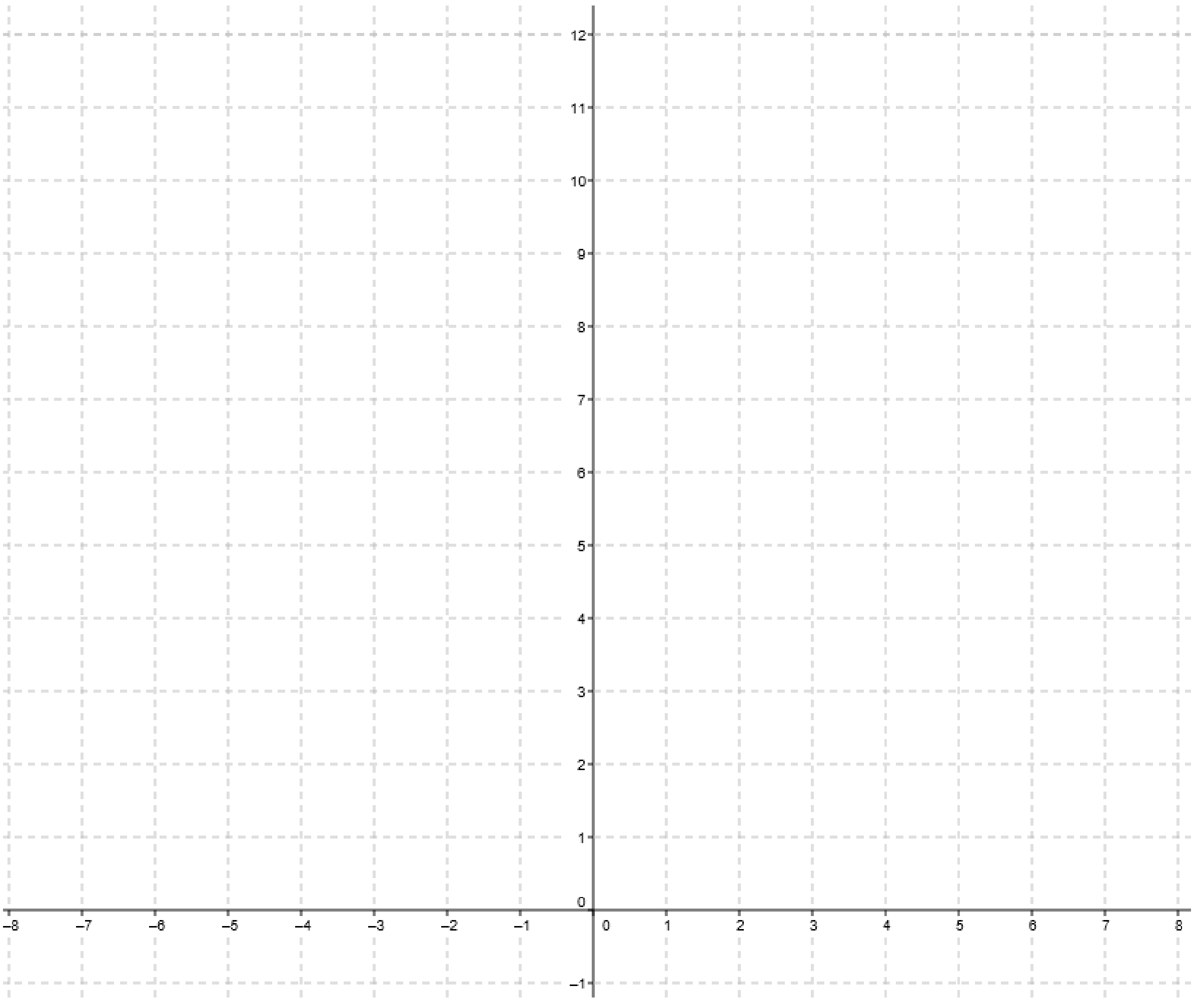
a) $f(x) = 4^x$

x	$f(x) = 4^x$	(x,y)
-3		(___/___)
-2		(___/___)
-1		(___/___)
0		(___/___)
1		(___/___)
2		(___/___)
3		(___/___)



b) $f(x) = (2/3)^x$

x	$f(x) = (2/3)^x$	(x,y)
-3		(___/___)
-2		(___/___)
-1		(___/___)
0		(___/___)
1		(___/___)
2		(___/___)
3		(___/___)



Aula 5: Resolução de Equações Exponenciais

Iniciaremos aqui um novo aprendizado relativo as funções exponenciais: como resolver uma equação exponencial. As equações exponenciais sempre trazem, como nas outras equações, um valor de *x* a ser determinado.

Não esqueça: as equações de forma geral indicam *x* como incógnita, mas também poderão ser outras letras como *y, w, z...*

1– EQUAÇÃO EXPONENCIAL:

A diferença da equação exponencial para a maioria das equações é o fato da variável ser o expoente. Observe :

a) $3^x = 9$ é uma equação exponencial
b) $3^{x-2} = 6$ é uma equação exponencial
c) $x^2 + x$ não é uma equação exponencial

Mas como resolver estas equações? Resolver uma equação é determinar o valor da variável que mantém a igualdade. Por exemplo, na equação $2^x = 16$, precisamos saber para qual valor de x para que a igualdade se torne verdadeira.

Vamos retomar uma interessante propriedade das potências. Para resolver algumas equações exponenciais vamos precisar recorrer a esta propriedade:

Se $\mathbf{a^b = a^c}$, então $\mathbf{b = c}$;

Para que você compreenda melhor, vamos estudar alguns exemplos:

EXEMPLO 1:

Para que valor de x a equação $2^x = 16$ é verdadeira ?

Resolução

Para resolvermos essa equação temos que fatorar o número 16. Você se lembra da fatoração? Então, fatorando 16 vamos obter 2^4*. Então, podemos dizer que* $16 = 2^4$ *. Temos que:*

$$2^x = 16$$

$$2^x = 2^4$$

Finalmente concluímos que como as bases são iguais. Logo, $x = 4$*.*

EXEMPLO 2:

Qual o valor de x na equação $5^{x+2} = 125$?

Resolução

Para resolver esta equação temos que fatorar o número 625. Após efetuar a fatoração, encontramos $125 = 5^3$*.*

Então, teremos que:

$$5^{x+2} = 125$$

$$5^{x+2} = 5^3$$

Podemos então dizer que $x + 2 = 3$*, porque as bases (5) são iguais. Assim,* $x+2 = 3$*, concluímos que* $x = 3 – 2$*, ou seja,* $x = 1$*.*

EXEMPLO 3 :

Resolver a equação $8^{2x} = 512$:

Resolução

Para resolvermos essa equação temos que fatorar o número 8 e também o 512, assim temos que: $8 = 2^3$ *e* $512 = 2^9$

Substituindo na equação: $8^{2x} = 512$, teremos:

$(2^3)^{2x} = 2^9 \rightarrow$ *podemos dizer que* $(2^3)^{2x} = 2^{6x}$

$2^{6x} = 2^9 \rightarrow$ *Como teremos bases iguais devemos igualar os expoentes.*

6x = 9

$x = \frac{6}{9}$ $\rightarrow$ *Simplicando a fração*

$x = \frac{2}{3}$

Agora é hora de testar o que você aprendeu!!

Atividade 5

01. Dadas as equações, identifique quais são exponenciais:

a) $x+1=2$
b) $x^2 -4 =6$
c) $2^x-8=0$
d) $x^3=3^x$

02. Resolva as equações exponenciais:

a) $3^{4x} = 81$
b) $5^{x^2} = 625$
c) $10^{2x+2} = 1000$
d) $6^x = 1$

03. Dada a função z = (0,1)x +3, determine o valor de z para x = 10

04. O tio de Bia e Bruna gosta muito de brincar com números. Assim deu a cada uma um pedaço de papel com uma equação. Bia recebeu a equação $5^x = 625$, enquanto no papel de Bruna estava escrito $3^x = 243$. Ele disse que cada uma receberia em bombons a quantidade representada por x. Quantos bombons recebeu cada uma das meninas?

Aula 6: Problemas envolvendo função exponencial

Alguns fenômenos relacionados ao nosso cotidiano acontecem por meio de funcões exponenciais, como por exemplo: o crescimento de bactérias, os juros compostos, a decomposição de substâncias entre outros. E por isso é importante saber resolver problemas envolvendo esse tipo de função.

A seguir veremos alguns exemplos demonstrando a aplicação da função exponencial:

PROBLEMA 1:

O número de bactérias em uma cultura após certo tempo do início do experimento é dada pela fórmula: $N(t) = 1000.\ 2^t$, onde N é o numero de bactérias e t, o tempo em segundos. Determine o número de bactérias existentes após 5 segundos.

Resolução

Na função dada temos que o número de bactérias (N) está em função da variável t (tempo). Como o tempo dado é 5 segundos, para resolvermos esse problema precisamos substituir o valor de t por 5 e assim teremos:

$N(5) = 1000.\ 2^5$ *onde faremos* $2^5 = 32$.

$N(5) = 1000.\ 32$ *e finalmente,* $N(5) = 32.000$ *bactérias.*

PROBLEMA 2:

O montante é uma quantia que uma pessoa recebe após aplicar um capital C por um período de tempo sob o regime de juros compostos a uma taxa i, representada pela fórmula $M = C\,(1 + i)^t$. Determine o montante de uma aplicação de um capital de 2000 reais, a uma taxa de 12% ao ano pelo período de 3 anos.

Resolução:

Primeiramente teremos de identificar os dados do problema. Assim, sabemos que 2000 é o capital (CC), 12% é a taxa i e 3 anos, o tempo. Agora é só aplicar na fórmula: $M = C(1 + i)^t$.

Antes de substituir os valores na função dada, precisamos transformar 12% = $\frac{12}{100} = 0{,}12$. *Teremos então:*

$$M = C(1 + i)^t$$
$$M = 2000(1 + 0{,}12)^3$$
$$M = 2000(1{,}12)^3$$

Agora calcule $(1{,}12)^3 = 1{,}12 \times 1{,}12 \times 1{,}12 \cong 1{,}4$ *e conclua o resultado do problema:*

$$M = 2000 . 1{,}4$$
$$M = 2800$$

PROBLEMA 3:

Uma colônia formada a partir de duas bactérias duplica a cada 50 segundos. Qual o número de bactérias após 500 segundos?

Resolução:

Temos no tempo inicial apenas 2 bactérias, após 50 segundos, teremos o dobro, ou seja 4 bactérias. Isto significa que o número de bactérias (vamos chamar de N) depende da quantidade de tempo:

Observe a tabela:

Tempo	*0*	*50 s*	*100s*	*150s*	...
N° de bacterias	*2*	*2.2*	$2.2.2 = 2 . 2^2$	$2.2.2.2 = 2.2^3$	...

A função será dada por $N(t) = 2.2^t$, *onde t é a quantidade de intervalos de 50s. Como 500 : 50 = 10, teremos que:* $N(t) = 2.2^{10} = 2 . 1024 = 2048$ *bactérias.*

Atividade 6

01. A quantia de R$ 1200,00 foi aplicada durante 6 anos em uma instituição bancária a uma taxa de 1,5% ao mês, no sistema de juros compostos. Qual será o saldo no final de 12 meses?

02. Em determinadas condições, o número de bactérias B de uma cultura, em função do tempo t, medido em horas, é dado por $B(t) = 2^{t/12}$. Qual será o número de bactérias após 6 dias? Obs: faça a conversão de dias para horas.

03. Após o início de um experimento o número de bactérias de uma cultura é dado pela expressão: $N(t) = 1200.\ 2^{0,4t}$. Quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 19200 bactérias?

04. Um determinado automóvel desvaloriza de acordo com a função $C(t) = V.(0,8)^t$, onde V é o valor inicial do automóvel e t o tempo em anos. Sabendo que o valor inicial do veículo foi de R$ 46.000,00, calcule o preço de venda do automóvel após 3 anos de sua compra.

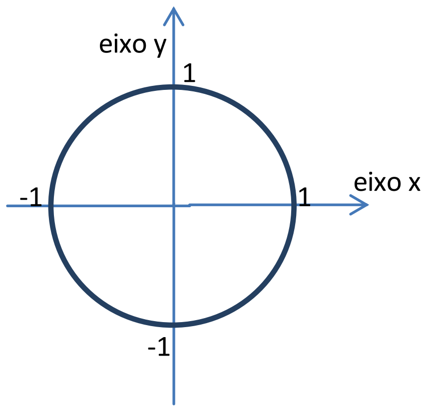
Aula 7: Seno e Cosseno no círculo trigonométrico

Nas aulas anteriores estudamos que o círculo trigonométrico é um circulo de raio unitário, e que o sentido positivo é o anti-horário. Aprendemos também sobre as razões trigonométricas seno e cosseno.

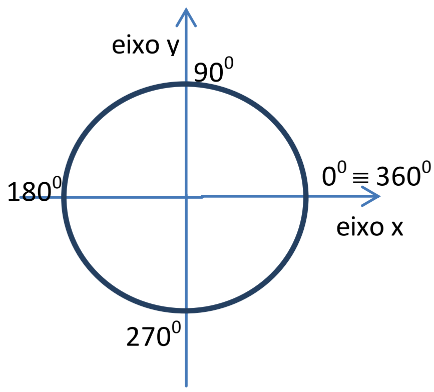
Nesta aula, vamos representar o seno e o cosseno como funções trigonométricas, representando-as no círculo trigonométrico.

1 – O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO:

Observe a figura abaixo. Ela representa um circulo trigonométrico. Note que como o raio é unitário, o círculo encontra o eixo x (eixo das abcissas ou abscissas) em dois pontos, (1,0) e (-1,0) e da mesma forma, o círculo encontra o eixo y (eixo das ordenadas) em outros dois pontos (0, 1) e (0,-1).

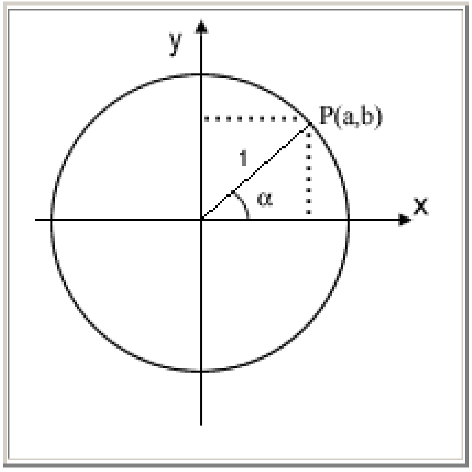


Podemos também inserir outros elementos como os ângulos de uma circunferência:



1.1 – SENO E COSSENO:

Se tomarmos uma semirreta com origem em (0,0), para qualquer que seja o ângulo α e como o raio do círculo é 1 temos um ponto P de coordenadas (a, b) , intersecção da semirreta com a circunferência, que nos dará a projeção de a no eixo dos x e b no eixo dos y.



Mas o que isso tem haver com o círculo apresentado acima?

Já que estamos falando de seno e cosseno, vamos lembrar dessas fórmulas já conhecidas:

$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{cat.oposto}}{\text{hipotenusa}} \text{ e } \cos\alpha = \frac{\text{cat.adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Vamos tentar relacioná-los!

Quando trabalhamos com seno, teremos para valores do seno o cateto oposto, ou seja, os valores do seno só podem estar no eixo y!

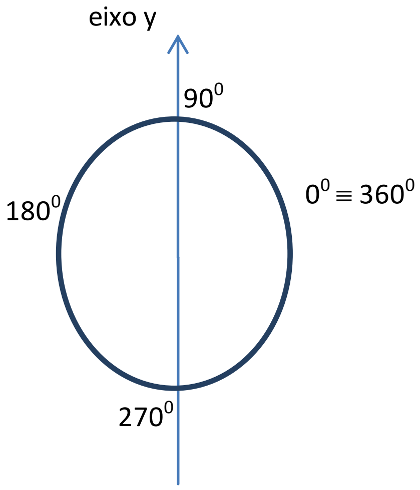
E quando trabalhamos com cosseno, teremos para valores do cosseno o cateto adjacente, ou seja, os valores do cosseno estarão no eixo x!

Obs: Vale lembrar o seguinte macete: Quando se trabalha com seno, fica-se sem sono (e sem sono ficamos em pé - eixo y) e quando se trabalha com cosseno, fica-se com sono (e com sono ficamos deitados – eixo x)

Assim, valores de seno (sem sono – em pé) só existirão no eixo y e valores de cosseno (com sono – deitado) só existirão no eixo x.

Vamos lá!

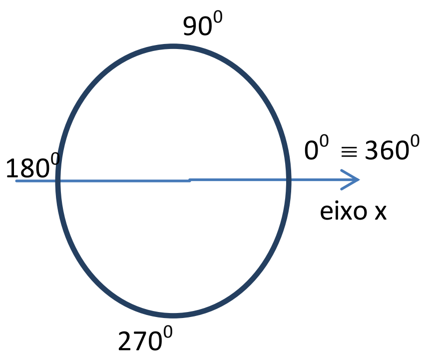
– **Eixo dos Senos** (sem sono – estamos em pé):



Repare que para os valores de 0^o e 180^o que não há o eixo dos senos. Assim, os valores de seno somente existirão para 90^o e 270^o. Então:

- sen 90^o = 1
- sen 270^o= -1
- sen 0^o = 0
- sen 180^o = 0

– **Eixo dos Cossenos** (com sono – estamos deitados)



Observe que para os valores de 90^o e 270^o que não há o eixo dos cossenos. Assim, os valores de cosseno somente existirão para 0^o e 180^o. Teremos então:

- cos 90^o = 0
- cos 270^o=0
- cos 0^o = 1
- cos 180^o = -1

Retomando os valores do círculo trigonométrico para seno e cosseno:

	0^o	90^o	180^o	270^o	360^o
Seno	0	1	0	-1	0
Cosseno	1	0	-1	0	1

2 – CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO:

Você pode perceber que o seno começa valendo zero, cresce até a unidade, depois decresce até -1 e por fim volta ao zero. Sobre o crescimento e decrescimento podemos dizer que:

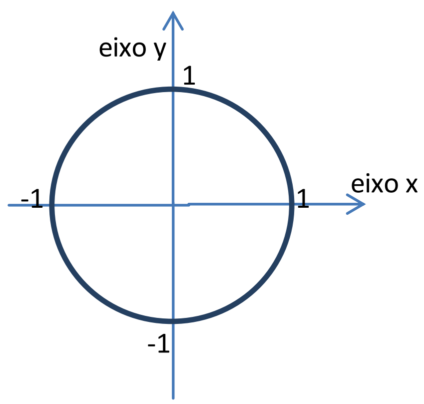
Função Seno

I Quadrante	II Quadrante	III Quadrante	IV Quadrante
Decresce	Decresce	Cresce	Cresce

Função Cosseno

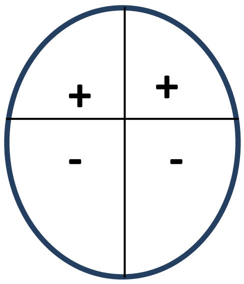
I Quadrante	II Quadrante	III Quadrante	IV Quadrante
Cresce	Decresce	Decresce	Cresce

Como vimos anteriormente, o seno é a projeção do raio definido pela abertura do arco sobre o eixo das ordenadas, enquanto o cosseno é a projeção sobre o eixo das abscissas.

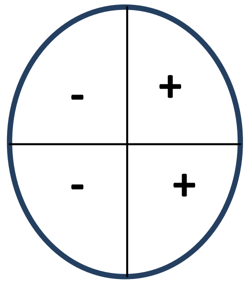


Note que os valores representados nos eixos correspondem ao raio da circunferência, assim podemos definir o sinal de seno e cosseno da seguinte forma:

SENO



COSSENO



3 – RELAÇÃO FUNDAMENTAL DA TRIGONOMETRIA:

Há ainda uma importante relação entre seno e cosseno é a Relação Fundamental da Trigonometria que indica:

$$\mathbf{sen^2 x + cos^2 x = 1}$$

EXEMPLO 1:

Verifique a sentença $sen^2 x + cos^2 x = 1$ para o ângulo de 90^0 .

Resolução:

Sabemos que sen $90^o = 1$ e cos $90^o = 0$. Aplicando esses valores na relação fundamental, temos:

$$sen^2 x + cos^2 x = 1$$

$$sen^2 90° + cos^2 90° = 1$$

$$1^2 + 0^2 = 1$$

Logo, podemos desse modo verificar que a sentença é verdadeira.

EXEMPLO 2:

Verifique a expressão $sen^2 x + cos^2 x = 1$ para o ângulo de 30^0.

Resolução:

Vamos relembrar os valores dos senos e cossenos para o ângulo de 30°. Temos que: sen $30^o = \frac{1}{2}$ e cos $30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$, então:

$$sen^2 x + cos^2 x = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Logo, verificamos assim que a sentença é verdadeira!

EXEMPLO 3:

Verifique em qual quadrante se encontra o seno de 1800^0.

Resolução

Para saber em qual quadrante se encontra o seno de 1800° é preciso calcular quantas voltas este ângulo deu no círculo trigonométrico. Para isso, vamos dividir 1800° por 360°. Observe:

$$1800^0 : 360^0 = 5 \text{ voltas} + 60^0$$

Então, sen 1800^0 = sen 60^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4 – CONVERSÃO DE GRAUS PARA Π RAD E VICE-VERSA:

Você observou que nesta aula que trabalhamos com os ângulos em graus e outras horas em radianos. É importante que você não se esqueça de como essa conversão é realizada!

Para conversão de graus para π rad basta utilizarmos a seguinte fórmula: $\mathrm{x} = \frac{\text{ângulo} \, .\pi}{180}$, assim para 120^o teremos: $\mathrm{x} = \frac{120. \ \pi}{180}$ e simplificando a fração por 60 no numerador e denominador chegamos a $x = \frac{2.\pi}{3}$.

Para converter de π rad para graus basta substituir π rad por 180^o. Podemos tomar como exemplo $x = \frac{4.\pi}{5} = \frac{4.180}{5} = 144^o$

Atividade 7

01. Complete a tabela abaixo com os valores que você já conhece para seno e cosseno de um ângulo:

	0^{o}	30^{o}	45^{o}	60^{o}	90^{o}	180^{o}	270^{o}	360^{o}
Sen α								
Cos α								

02. Da tabela acima retire dois valores e teste para a Relação Fundamental da Trigonometria:

$$\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

03. Verifique em qual quadrante se encontra:

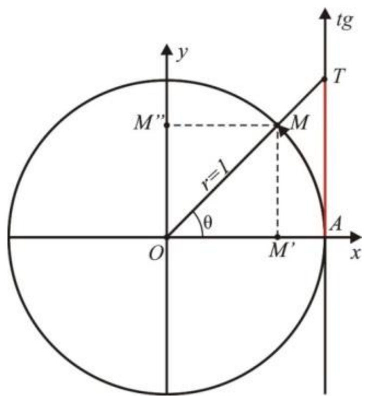
a) 240^{o}
b) 800^{o}

04. Transforme de graus para π rad.

a) 135^{o}
b) $\frac{12.\pi}{10}$
c) $\frac{5\,.\,\pi}{4}$

Aula 8: Tangente no Círculo Trigonométrico

Agora, vamos trabalhar o conceito de tangente no círculo trigonométrico. Observe o círculo abaixo, de raio unitário, r = 1, note que o ponto T é a intersecção da reta OM com o eixo das tangentes (reta perpendicular ao eixo *x*, que passa pelo ponto *A*).

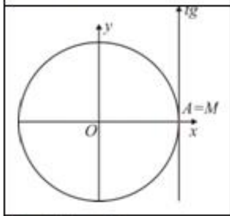
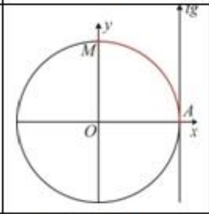
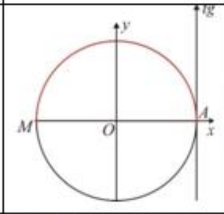
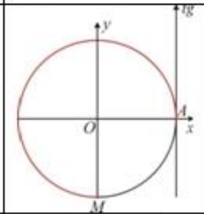
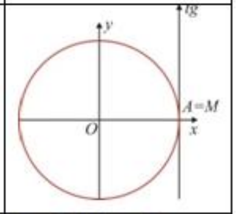


O arco AM irá corresponder ao ângulo central θ. Assim, podemos dizer que **tangente** do ângulo θ (ou do arco AM) é a medida do segmento $\overline{AT}$, e indicamos por

tg θ = $\overline{AT}$.

O sinal da tangente vai depender da orientação que tomamos para o seu cálculo. Como a tangente é medida verticalmente, valores medidos acima do zero serão considerados **positivos** e valores medidos abaixo do zero são considerados **negativos**.

Observe o quadro abaixo e verifique o que ocorre com o arco e com a reta tangente ao mesmo tempo.

$\theta = 0$	$\theta = \pi/2$	$\theta = \pi$	$\theta = 3\pi/2$	$\theta = 2\pi$
				
$tg\ 0° = 0$	$tg\ 90° = \nexists$ $tg\ (\pi/2) = \nexists$	$tg\ 180° = 0$ $tg\ \pi = 0$	$tg\ 270° = \nexists$ $tg\ (3\pi/2) = \nexists$	$tg\ 360° = 0$ $tg\ 2\pi = 0$

Observe que para 0^o, 180^o e 360^o, o segmento $\overline{AT}$ tem valor igual a zero!

Vamos aos exercícios!!

Atividade 8

01. Complete a tabela abaixo com os valores que você já conhece para a tangente:

	0^o	30^o	45^o	60^o	90^o	180^o	270^o	360^o
Tang								

02. Uma relação existente relativa à tangente é: $tg\alpha = \dfrac{\text{sen}\ \alpha}{\cos\ \alpha}$. Assim, verifique dois valores da tabela acima, utilizando essa relação.

Exemplo: $\alpha = 30^o$.

$tg\ 30^0 = \dfrac{\text{sen}\ 30^o}{\cos\ 30^o}$, substituindo sen 30^o e cos 30^o, teremos:

$$tg\ 30^0 = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \rightarrow tg\ 30^0 = \frac{1}{2} . \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Racionalizando teremos que $tg\ 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

03. Determine o valor das expressões:

a) sen 30^o + cos 45^o – tg 180^o
b) cos 60^o + cos 30^o – tg 45^o

04. Determine o valor de $(tg\ 0^o + sen\ 45^o)^2 - (cos\ 30^o - cos\ 60^o)^2$

Aula 9: Gráfico das funções trigonométricas

Nesta aula vamos aprender a representar graficamente as funções seno cosseno e tangente. Isto significa mostrar no plano cartesiano o comportamento destas funções em um período que corresponde a 2π, ou seja, uma volta completa na circunferência. Para isto vamos observar a tabela abaixo que contém os valores dos principais arcos:

Arco	Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0	0^0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	30^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60^0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90^0	1	0	Não definida
π	180^0	0	-1	0
$\frac{3\pi}{2}$	270^0	-1	0	Não definida
2π	360^0	0	1	0

1 – GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO (SENÓIDE):

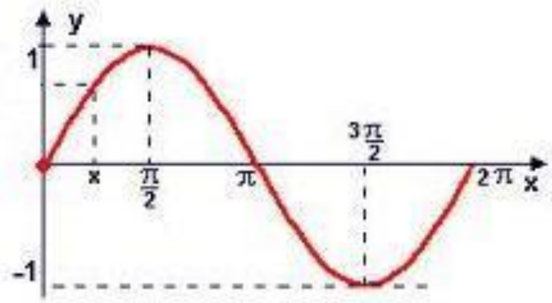
Sabemos que uma volta completa na circunferência mede 360^0 ou 2π em radianos. Na função seno, temos uma volta completa na circunferência vai de 0^0 a 3600 ou de 0 rad a 2π. Isto significa que a função nesse intervalo realiza um ciclo completo, ao que chamamos de período da função trigonométrica.

Dada a função y = sen x, vamos definir seu gráfico.

Pela tabela, teremos os pontos:

(0,0);($\frac{\pi}{6}$, $\frac{1}{2}$); ($\frac{\pi}{4}$,$\frac{\sqrt{2}}{2}$) e assim por diante.

Representando os pontos no plano cartesiano, temos:



Observe o comportamento da curva. Quando x=0, teremos y = sen 0 = 0.

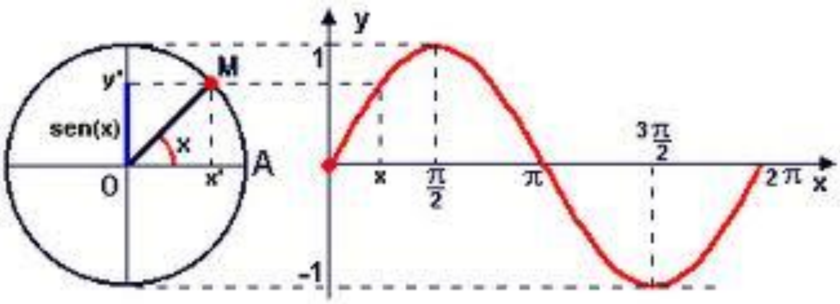
No primeiro quadrante, isto é, de 0 a $\frac{\pi}{2}$ a função é crescente e atinge seu ponto máximo, ou seja, y = 1.

No segundo quadrante é decrescente e volta y= 0

No terceiro quadrante continua decrescendo e alcança seu menor valor, ou seja, y = -1.

No quarto quadrante volta a crescer até assumir o valor zero novamente.

Estas variações dependem da abertura do ângulo formado pelo segmento $\overline{OM}$, conforme a representação.

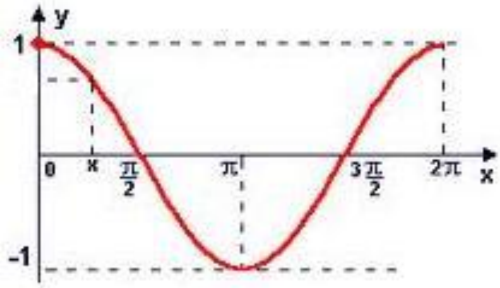


2 – GRÁFICO DA FUNÇÃO COSSENO (COSSENÓIDE):

De maneira análoga, vamos construir o gráfico da função cosseno.

Seja a função y = cos x. Vamos marcar os pares ordenados definidos por (x, cos x). Na função cosseno o período é o mesmo da função seno, isto é, de 0 rad a 2π rad ou 0^0 a 360^0.

Representando os pontos de acordo com os valores contidos na tabela, teremos:

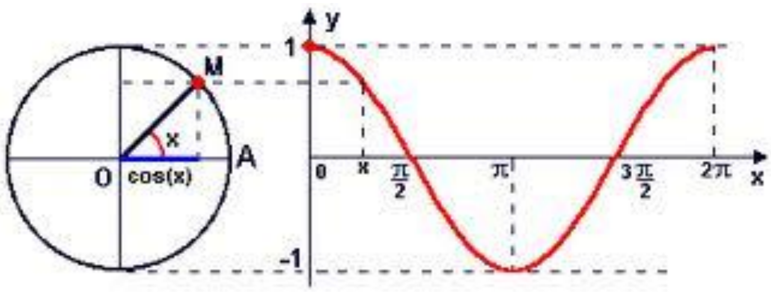


Quando x = 0, cos x = 1, No primeiro quadrante, a função decresce, conforme variamos x, os valores de y também variam de 1 até zero.

No segundo quadrante, a função continua decrescendo, neste quadrante, assume valores negativos, chegando ao seu ponto mínimo que é y = -1.

No terceiro quadrante, a função é crescente, pois sai do menor valor , y=0 quando x = π e alcança y = 0 quando x = $\frac{3\pi}{2}$.

No quarto quadrante, a função continua crescendo, alcançando seu ponto máximo, isto é y = 0 quando x = 2π. Observe o gráfico construído a partir da variação do ângulo x, ocasionando abertura do arco $\widehat{\mathrm{AOM}}$ no circulo trigonométrico.



3 – GRÁFICO DA FUNÇÃO TANGENTE (TANGENTÓIDE):

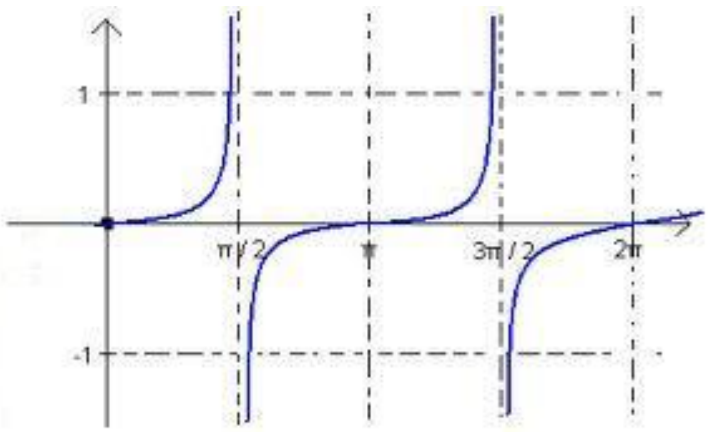
A construção do gráfico da função tangente obedece o mesmo critério na construção do gráfico da função seno e da função cosseno. Ou seja, são feitas as marcações dos pares ordenados (x, tg x).

Vamos lembrar que a função tangente não é definida para x = 90^0 e x = 270^0.

Já vimos anteriormente que a função tangente é crescente em todos os quadrantes. Assim, no primeiro quadrante, isto é, de 0 a $\frac{\pi}{2}rad$, de acordo com a tabela quando x = 0 teremos tg x = 0, isto nos dá o ponto (0,0). A partir desse ponto a tangente assume valores cada vez maiores descolando-se para o infinito, visto que em $\frac{\pi}{2}$, ou seja, 90^0, a tangente não é definida.

No segundo quadrante e terceiro quadrante, há uma variação de valores desde $-\infty$(menos infinito) até $+\infty$ (mais infinito). Passando por y =0 quando x = π, ou seja, tg π = 0.

No quarto quadrante, a tangente mais uma vez é crescente, refazendo o mesmo ciclo ocasionado para os valores do segundo quadrante.



4 – CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS:

Agora vamos aprender como construir outros gráficos de função trigonométrica. Para isto, vamos analisar alguns exemplos:

EXEMPLO 01:

Construir o gráfico da função y = 2sen x.

Resolução

Para iniciar, precisamos construir uma tabela, definida no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$.

x	sen x	2.sen x	Ponto
0	0	0	(0,0)
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	1	$(\frac{\pi}{6}, 1)$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2}$	$(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	$(\frac{\pi}{3}, \sqrt{3})$
$\frac{\pi}{2}$	1	2	$(\frac{\pi}{2}, 2)$
π	0	0	$(\pi, 0)$
$\frac{3\pi}{2}$	-1	-2	$(\frac{3\pi}{2}, -2)$
2π	0	0	$(2\pi, 0)$

Vamos agora representar estes pontos no plano cartesiano e traçar uma senóide.

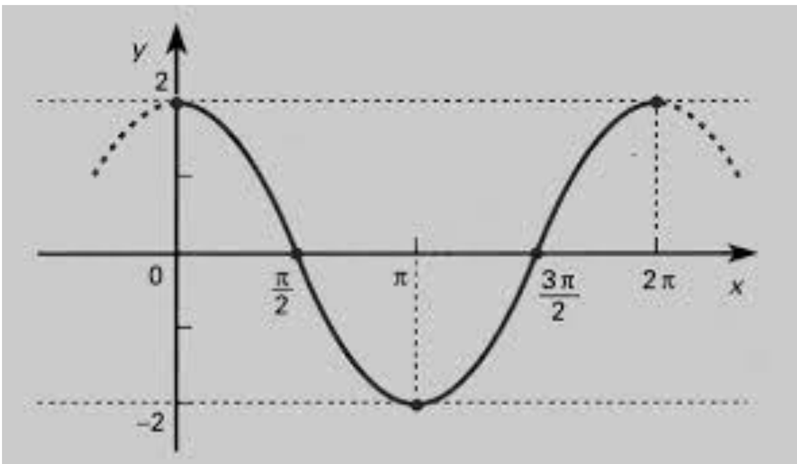


Figura 3

Podemos utilizar este mesmo método para construir outros gráficos de funções trigonométricas.

Atividade 9

01. Na tabela abaixo, preencher as células que estão em branco, definindo a medida do arco e o valor do seno, cosseno e tangente.:

Arco	Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0	0^0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	30^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60^0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90^0	1	0	Não definida
	120^0			
	135^0			
	150^0			
π	180^0	0	-1	0
	210^0			
	225^0			
	240^0			
$\frac{3\pi}{2}$	270^0	-1	0	Não definida
	300^0			
	315^0			
	330^0			
2π	360^0	0	1	0

02. Construir o gráfico da função $y = 3.\cos x$, sendo $0 \leq x \leq 2\pi$.

03. Construir o gráfico a função $y = \text{sen } x + \cos x$, sendo $0 \leq x \leq 2\pi$.

04. A função definida por $y = \text{sen } x \cdot \cos x$ terá valores positivos em quais quadrantes?

Aula 10: Resolução de equações trigonométricas

Nesta aula vamos aprender a resolver equações simples de trigonometria na primeira volta, ou seja, nosso domínio de estudo é o intervalo entre $0 \leq x \leq 2\pi$. Mas o que significa resolver uma equação trigonométrica?

Resolver uma equação trigonométrica é simplesmente determinar para que valores de x a igualdade é verdadeira. Vamos estudar alguns exemplos:

EXEMPLO 1:

Dada a equação sen x = 0. Determine suas soluções.

Resolução

A primeira pergunta que faremos é: quais os valores de x que tem resposta zero para seno de x? Complicado? Nem tanto. Vamos ver o desenho a seguir:

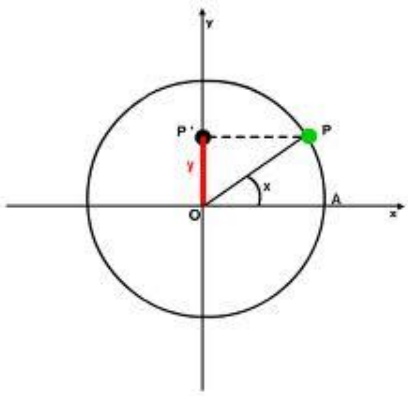


Figura 4

Já estudamos que quando o ponto P percorre a circunferência, forma um arco. A projeção do segmento de reta que une O centro da circunferência à extremidade deste arco sobre o eixo $\overrightarrow{OY}$, determina o seno do arco formado. A pergunta que está sendo feita na equação é: quando este seno será zero?

Sabendo que o seno é a projeção no eixo $\overrightarrow{OY}$, este valor será zero apenas quando o arco for 0 rad ou π rad, isto é 0^0 ou 180^0. Assim, podemos afirmar que sen x = 0 quando x = 0^0 ou x = 180^0.

S = {0^0 , 180^0} ou S = {0, π}

Note que representar o círculo trigonométrico ajuda na visualização do problema.

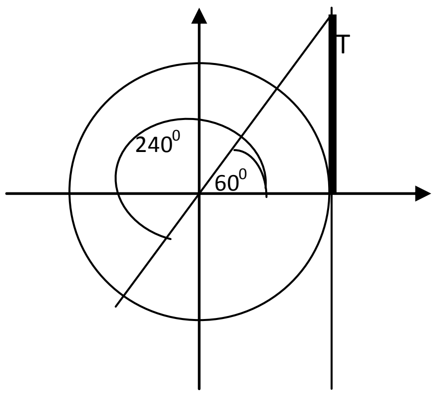
EXEMPLO 2:

Determine o valor de x para que tg x = $\sqrt{3}$.

Resolução

Sabemos que no primeiro quadrante, a tg x = $\sqrt{3}$ quando x = $\frac{\pi}{3}$, isto é, x = 60^0.

Mais uma vez vamos recorrer ao diagrama.



Pelo diagrama, é possível perceber que a tangente vale $\sqrt{3}$ quando x = 60^0 ou quando x = 240^0, então:

S = {60^0 , 240^0} ou S = {$\frac{\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$}

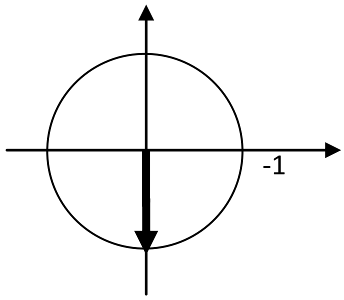
EXEMPLO 3:

Determine o valor de x para que sen x = -1

Resolução

Sabemos que o menor valor para o sen x é -1, e isto acontecerá apenas quando x= 270^0

S = {270^0} ou S ={$\frac{3\pi}{2}$}



Vamos agora resolver algumas atividades.

Atividade 10

01. Resolva as equações trigonométricas, sendo $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) $\cos x = \frac{1}{2}$
b) $\text{sen } x = -\frac{1}{2}$
c) $\text{tg } x = 1$
d) $\cos x \cdot \text{sen } x = 0$

02. Para que valores de x teremos senx = cos x , sendo $0 \leq x \leq 2\pi$.

03. Sendo $0 \leq x \leq 2\pi$, determine os valores de x para que $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

04. Dadas as sentenças abaixo, tendo $0 \leq x \leq 2\pi$, preencha as lacunas com V para verdadeiro ou F para Falso:

a) (   ) $\cos 30^0 > \text{sen } 30^0$
b) (   ) $\text{tg } 60^0 < \text{sen } 30^0$
c) (   ) $\text{tg } 45^0 = \text{tg } 225^0$
d) (   ) $\cos 30^0 = \text{sen } 60^0$

Avaliação

Nesta aula você encontrará algumas atividades para relembrar e aplicar o que estudou até aqui. São atividades simples e com certeza você consegue realizar.

Vamos tentar?

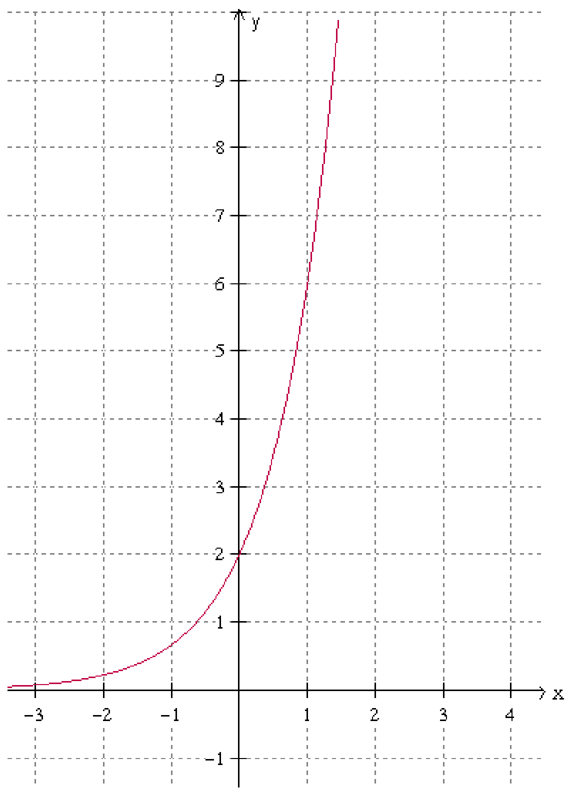
01. A solução da expressão $\frac{(a^3b^2)^3}{a^2b^3}$ é :

(A) a^2b^3 (B) a^7b^3 (C) a^3b^2 (D) a^4b^2 (E) a^7b^5

02. Para quais valores de m a função $(m\text{-}3)^x$ é crescente?

(A) m > -3 (B) m < -3 (C) m = 3 (D) m < 4 (E) m > 4

03. Qual a expressão que define a função exponencial representada pelo gráfico a seguir?



(A) $f(x) = 5 \cdot 3^x$

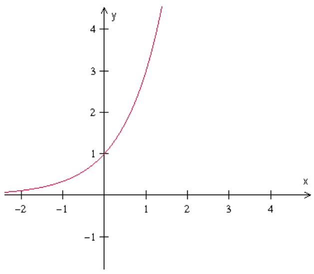
(B) $f(x) = 4 \cdot 3^x$

(C) $f(x) = 3 \cdot 3^x$

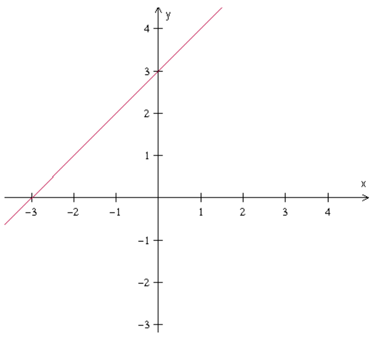
(D) $f(x) = 2 \cdot 3^x$

(E) $f(x) = 3^x$

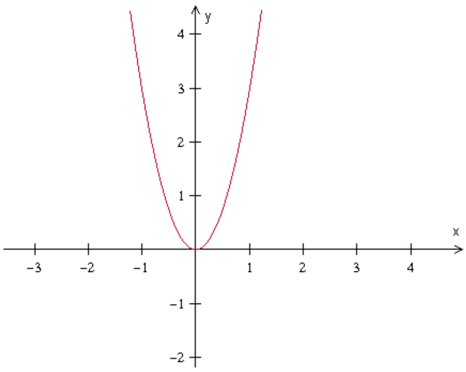
04. Dados os gráficos a seguir, qual deles melhor representa a função $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$



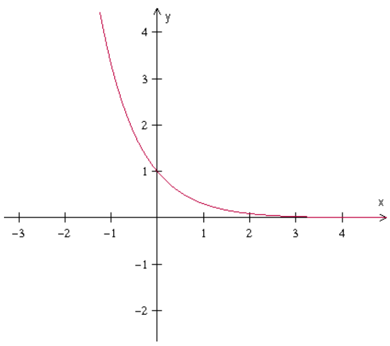
(A)



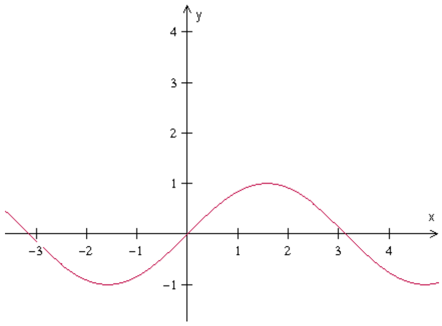
(B)



C)



(D)

(E) 

05. Dada a equação exponencial $2^x = 128$, é correto afirmar que o quadrado de x é igual a :

(A) 2 (B) 7 (C) 14 (D) 16 (E) 21

06. A depreciação em um determinado equipamento eletrônico é dado pela função $V(t) = P.(0,9)^t$, onde t é calculado em anos de uso. Sabendo que o equipamento foi comprado por R$ 50.000,00 e vendido por R$ 36.450,00, sabendo também que P é o preço inicial e V(t) o preço. Calcule o tempo de uso do equipamento.

(A) 1 ano (B) 2 anos (C) 3 anos (D) 4 anos (E) 5 anos

07. Observe as afirmações a seguir:

I – O seno de um arco tem resultado positivo no 2º e no 3º quadrantes;

II – A tangente de um arco é sempre positiva

III – O cosseno de um arco é negativo no 1º quadrante e no 4º quadrante.

Responda:

(A) Todas as afirmativas são verdadeiras

(B) Todas as afirmativas são falsas

(C) Apenas a opção II é verdadeira

(D) Apenas a opção III é verdadeira

(E) As opções I e II são verdadeiras

08. Podemos afirmar que a tangente de um ângulo será positiva em quais quadrantes?

(A) 1º e 2º quadrantes

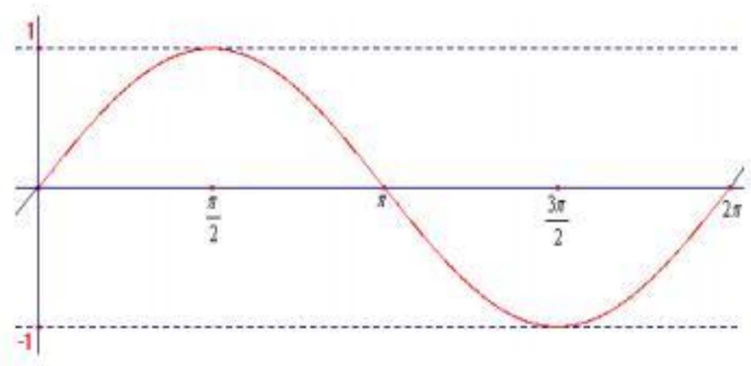
(B) 1º e 3º quadrantes

(C) 2º e 3º quadrantes

(D) 3º e 4º quadrantes

(E) 1º e 4º quadrantes

09 – Qual das funções abaixo melhor representa o gráfico?



(A) f(x) = cos x

(B) f(x) = tg x

(C) f(x) = 2 cos x

(D) f(x) = senx + 1

(E) f(x) = sen x

10 – Dada a equação tg x = 1, sendo $0 \leq x \leq 2\pi$, é correto afirmar que o conjunto solução terá quantos elementos?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

Pesquisa

Caro aluno, agora que já estudamos todos os principais assuntos relativos ao 4° bimestre, vamos verificar a importância destes assuntos em nosso dia a dia.

Iniciamos este estudo, revisando as potências, estudando a função exponencial e consequentemente vimos suas aplicações. Aprendemos também mais um pouco sobre trigonometria, especificamente sobre seno, cosseno e tangente.

Leia atentamente as questões a seguir e através de uma pesquisa responda cada uma delas de forma clara e objetiva.

ATENÇÃO: Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites nos quais foram utilizados.

I – Apresente algumas situações do cotidiano onde podemos empregar a trigonometria.

____

____

____

____

____

II – O que difere a equação exponencial de outras equações?

____

____

____

____

____

III – Apresente algumas situações do cotidiano onde podemos empregar a função exponencial.

____

____

____

____

____

IV – Faça uma pesquisa sobre os problemas causados pelo fumo no organismo humano. Mostre através de um gráfico a representação da retenção de Nicotina no pulmão de um fumante que fuma 2 maços de cigarro por dia. Vamos considerar que não fuma a noite, isto é, entre 23horas às 7 horas da manhã.

____

____

____

____

____

Referências

[1] CARMO, Manfredo Perdigão do; Augusto César Morgado, Eduardo Wagner. Trigonometria e Números Complexos, Coleção do professor de Matemática; 3ª edição.Rio de Janeiro; SBM, 2005.

[2] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 2: Logarítmos. 8 ed. São Paulo: Atual, 2006

[3] MOYER, E. Robert, Frank Ayres Jr; Trigonometria; 3ª edição. São Paulo; Coleção Schaum;Saraiva. 1999

Fonte das Imagens

[1] Figura 1: Fonte: http://ms-matematica.blogspot.com.br/2013/09/matematica-de-malthus.html

[2] Figura 2: Fonte: www.profpc.com.br

[3] Figura 3: https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcT-Hw9Il2X4VlpTI3F5sNB0HYb0mzg1wSWD9qliuqv1w3Y8OpUwtQ

[4] Figura 4: https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSJu1E_H3VP7XS8mZU2UHGge0guzrV_7EubuLHlIgl2AlfQs3jQ

Equipe de Elaboração

COORDENADORES DO PROJETO

Diretoria de Articulação Curricular
Adriana Tavares Mauricio Lessa

Coordenação de Áreas do Conhecimento
Bianca Neuberger Leda
Raquel Costa da Silva Nascimento
Fabiano Farias de Souza
Peterson Soares da Silva
Marília Silva

COORDENADORA DA EQUIPE
Raquel Costa da Silva Nascimento
Assistente Técnico de Matemática

PROFESSORES ELABORADORES
Ângelo Veiga Torres
Daniel Portinha Alves
Fabiana Marques Muniz
Herivelto Nunes Paiva
Izabela de Fátima Bellini Neves
Jayme Barbosa Ribeiro
Jonas da Conceição Ricardo
Reginaldo Vandré Menezes da Mota
Tarliz Liao
Vinícius do Nascimento Silva Mano
Weverton Magno Ferreira de Castro

Revisão de Texto
Isabela Soares Pereira