Resolução de Problemas Matemáticos

Aluno

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada - 02

2ª Série | 2° Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Ano
Resolução de Problemas Matemáticos	Ensino Médio	2°	2°
Habilidades Associadas			
1. Resolver problemas que envolvam variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.			
2. Utilizar o conceito de razão para calcular porcentagens.			
3. Utilizar as razões trigonométricas para resolver problemas significativos.			

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SOMANDO FORÇAS
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

Apresentação

A Secretaria de Estado de Educação elaborou o presente material com o intuito de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas de pesquisa, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e respectivos tutores – docentes preparados para incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A proposta de desenvolver atividades pedagógicas de aprendizagem autorregulada é mais uma estratégia pedagógica para se contribuir para a formação de cidadãos do século XXI, capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas. Assim, estimula-se a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios da contemporaneidade, na vida pessoal e profissional.

Estas atividades pedagógicas autorreguladas propiciam aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências nucleares previstas no currículo mínimo, por meio de atividades roteirizadas. Nesse contexto, o tutor será visto enquanto um mediador, um auxiliar. A aprendizagem é efetivada na medida em que cada aluno autorregula sua aprendizagem.

Destarte, as atividades pedagógicas pautadas no princípio da autorregulação objetivam, também, equipar os alunos, ajudá-los a desenvolver o seu conjunto de ferramentas mentais, ajudando-o a tomar consciência dos processos e procedimentos de aprendizagem que ele pode colocar em prática.

Ao desenvolver as suas capacidades de auto-observação e autoanálise, ele passa ater maior domínio daquilo que faz. Desse modo, partindo do que o aluno já domina, será possível contribuir para o desenvolvimento de suas potencialidades originais e, assim, dominar plenamente todas as ferramentas da autorregulação.

Por meio desse processo de aprendizagem pautada no princípio da autorregulação, contribui-se para o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para o aprender-a-aprender, o aprender-a-conhecer, o aprender-a-fazer, o aprender-a-conviver e o aprender-a-ser.

A elaboração destas atividades foi conduzida pela Diretoria de Articulação Curricular, da Superintendência Pedagógica desta SEEDUC, em conjunto com uma equipe de professores da rede estadual. Este documento encontra-se disponível em nosso site www.conexaoprofessor.rj.gov.br, a fim de que os professores de nossa rede também possam utilizá-lo como contribuição e complementação às suas aulas.

Estamos à disposição através do e-mail curriculominimo@educacao.rj.gov.br para quaisquer esclarecimentos necessários e críticas construtivas que contribuam com a elaboração deste material.

Secretaria de Estado de Educação

Caro aluno,

Neste caderno, você encontrará atividades diretamente relacionadas a algumas habilidades e competências do 2° Bimestre do Currículo Mínimo de Resolução de Problemas Matemáticos da 2ª Série do Ensino Médio. Estas atividades correspondem aos estudos durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, Aluno, desenvolva estas Atividades de forma autônoma, com o suporte pedagógico eventual de um professor, que mediará as trocas de conhecimentos, reflexões, dúvidas e questionamentos que venham a surgir no percurso. Esta é uma ótima oportunidade para você desenvolver a disciplina e independência indispensáveis ao sucesso na vida pessoal e profissional no mundo do conhecimento do século XXI.

Neste Caderno de Atividades, vamos aprender o que é uma razão e uma proporção, além de analisar as grandezas proporcionais a partir de situações problemas. E ainda, trabalharemos a trigonometria no triângulo retângulo. No primeiro momento deste caderno, você vai retomar os conceitos de razão e proporção. Depois, trataremos as grandezas proporcionais, avaliando se são diretas ou inversas. Por fim, trabalharemos os conceitos da trigonometria referentes ao triângulo retângulo.

Este documento apresenta 3 (três) aulas. As aulas são compostas por uma **explicação base**, para que você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas às habilidades e competências principais do bimestre em questão, e **atividades** respectivas. Leia o texto e, em seguida, resolva as Atividades propostas. As Atividades são referentes a dois tempos de aulas. Para reforçar a aprendizagem, propõe-se, ainda, uma **pesquisa** e uma **avaliação** sobre o assunto.

Um abraço e bom trabalho!

Equipe de Elaboração

Sumário

Aula 1: Entendendo as proporções

Caro aluno, nesta aula iremos abordar problemas que envolvem razão e proporção. Todos os dias de nossas vidas medimos coisas e comparamos medidas entre si. Por exemplo, suponha que você possua doze professores neste ano letivo. Sendo que, cinco deles são homens e sete são mulheres. Ao compararmos a primeira medida com a segunda, podemos escrevê-la na seguinte forma de fração $\frac{5}{7}$. A esta fração podemos chamá-la de **razão.**

1 – CONCEITO DE RAZÃO:

Portanto, razão é uma relação entre duas grandezas do mesmo tipo que podemos representá-la das seguintes formas:

- "a está para b"
- a : b
- $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$.

Onde o primeiro termo relacionado recebe o nome de **antecedente** e o segundo, **consequente**.

EXEMPLO 01: Imagine uma foto 3 x 4, em que a largura mede 3cm e o comprimento mede 4cm. Logo, a razão entre essas medidas é $\frac{3}{4}$. Assim, 3 é o antecedente e 4 é o consequente.

Existem vários outros exemplos de razão. Um exemplo bem conhecido é a escala. Pois com ela relacionamos a medida utilizada e a medida real, ambas na mesma unidade.

EXEMPLO 02: Ao medirmos um determinado mapa, verificamos uma distância de 15 metros de comprimento entre dois objetos. Porém, esta distância foi representada no papel com a medida de 50cm. Qual foi a escala utilizada para fazer este desenho?

Acompanhe a solução!

Lembre-se que ambas medidas devem ser tomadas sempre na mesma unidade!

Resolução:

Dados do problema:

- *Medida da distância no desenho: 50cm*
- *Medida da distância real: 15m = 1500cm*

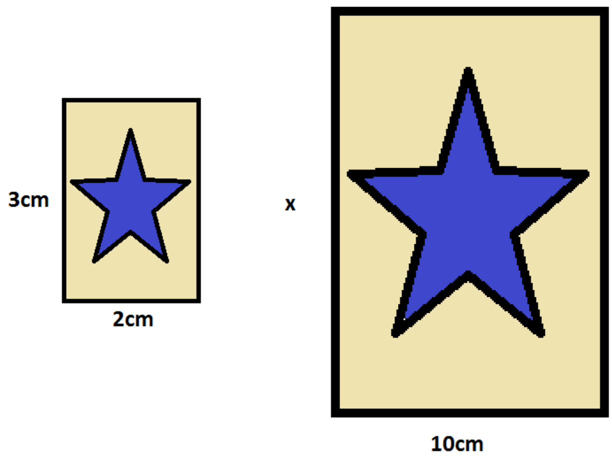
$$Assim,\ Escala = \frac{50}{1500} = \frac{1}{30}$$

Isto significa, que cada 1cm representado no desenho corresponde a 30cm reais.

Observe que quando duas razões são iguais, dizemos que elas são proporcionais. Assim, uma **proporção** é a igualdade entre duas razões.

EXEMPLO 03:

Vamos ampliar a figura abaixo, de tal forma que ela passe a ter 10cm de largura. Observe que não queremos modificar a figura, mas torná-la maior, ou seja, que elas sejam proporcionais. Se aumentarmos as medidas dadas, aleatoriamente, ou ainda, aumentarmos apenas em uma única dimensão, a figura ficará distorcida. Portanto, é necessário que os lados da figura ampliada sejam, respectivamente, proporcionais aos lados da figura original. Para que isto ocorra com sucesso, devemos igualar as duas razões.



$$\frac{2}{3} = \frac{10}{x}$$

Observe, que para manter a proporção neste caso, as medidas da figura ampliada representam cinco vezes as medidas da figura original. Logo, o comprimento da figura ampliada será de 15cm.

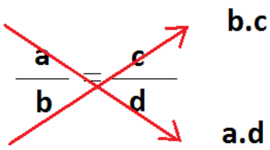
$$\frac{2^{\frown\times 5}}{3^{\frown\times 5}} = \frac{10}{x}$$

Contudo, seria muito trabalhoso ficarmos pensando quantas vezes a figura ampliada representa a figura original. Para isto, usaremos a propriedade fundamental das proporções.

Em uma proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos que:

- a e d são chamados **extremos.**
- b e c são chamados **meios**.

Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Então,



Logo, $a.d = b.c$

Vamos ao exemplo!

EXEMPLO 04:

No exemplo anterior tínhamos que $\frac{2}{3} = \frac{10}{x}$. Usando a propriedade acima, temos que: $2.x = 3.10$. Resolvendo, teremos:

$$2.x = 30$$

$$x = \frac{30}{2}$$

$$x = 15$$

Portanto, chegamos ao mesmo resultado de uma maneira mais prática, certo?

Agora é a sua vez de praticar!

Atividade 1

01. Em uma sala de aula existem 15 meninas e 20 meninos. Nessas condições, responda:

a) Qual é a razão do número de meninas para o número de meninos desta sala?

b) Qual é a razão do número de meninos para o número total de alunos desta sala?

02. A altura de Ana é de 160cm e a altura de Beatriz 1,80m. Qual é a razão entre as alturas de Ana e Beatriz?

03. Em uma prova de 10 questões, João acertou 6. Dê a razão entre:

a) O número questões que ele acertou e o número de questões que errou:

b) O número de questões que ele acertou e o número total de questões:

04. Um terreno de 10m de comprimento foi representado por um segmento de 5cm. Qual foi a escala utilizada para elaboração deste desenho?

05. Calcule o valor de x nas proporções abaixo:

a) $\frac{x}{10} = \frac{6}{5}$

b) $\frac{3}{15} = \frac{x}{5}$

c) $\frac{2}{x} = \frac{7}{14}$

d) $\frac{4}{20} = \frac{6}{x}$

06. Tenho 36 fitas. Sendo que para cada três fitas azuis, tenho uma fita vermelha. Quantas fitas vermelhas tenho ao total?

Aula 2: Resolvendo problemas utilizando regra de três

Olá alunos! Agora que já estudamos as razões e proporções, vamos analisar o contexto em que elas se apresentam. Para isto, esta aula se desenvolverá a partir de exemplos de situações cotidianas.

1 – REGRA DE TRÊS SIMPLES:

EXEMPLO 01 :

Imagine que um determinado professor receba seu salário por aula dada. Vamos supor que para cada aula trabalhada ele receberá 50 reais. Se esse professor trabalhar uma hora por dia, então receberá neste dia 50 reais. Correto?

Quanto esse professor receberá por dia, se passar a trabalhar 5 horas por dia? Seria mais de 50 reais ou menos? Talvez, você esteja pensando: “É claro que é mais!” Como você poderia me explicar tal situação?

Agora, veja um outro exemplo.

EXEMPLO 02 :

João é gerente de uma fábrica de agendas personalizadas. A qual produz, a cada 2 dias, 300 agendas. João precisa de apenas 4 funcionários para executar tal tarefa. Porém, quando chegam as festas de fim de ano, as empresas contratam os serviços de João. Mas, eventualmente, algumas encomendas são feitas em cima da hora. Neste ano, João recebeu uma encomenda de 300 agendas para serem fabricadas em apenas 1 dia. João se apavorou! O que João deverá fazer para atender este pedido?

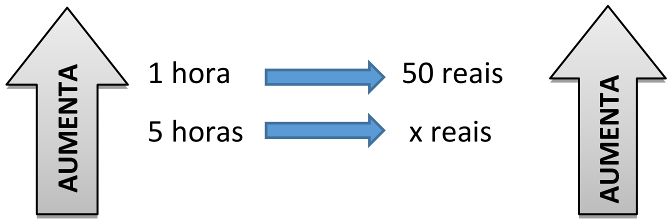
Observe que os dois casos tratam de proporções diferenciadas. No primeiro, vemos que se o professor trabalhar mais, maior será o seu salário.

Mas, no segundo caso, João precisará produzir o mesmo número de agendas, porém em um tempo menor. Podemos então deduzir que João precisará contratar mais funcionários. Certo?

Vamos analisar a solução dos dois casos detalhadamente:

1º caso: Por cada aula dada o professor recebe 50 reais. Se ele trabalhar 5 horas, quanto receberá?

Podemos observar que se aumentarmos o número de horas trabalhadas, o valor do salário recebido pelo professor também aumentará. E, se diminuirmos o número de horas trabalhadas, o valor do salário diminuirá. Portanto, estamos falando de **grandezas diretamente proporcionais**.



Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, aumentando uma delas, a outra aumenta na mesma razão da primeira. Ou seja, quando as setas estão no mesmo sentido.

Podemos, então escrever da seguinte maneira:

$$\frac{1}{5} = \frac{50}{x}$$

$$1.x = 5.50$$

$$x = 250$$

Assim, se o professor trabalhar 5 horas por dia, receberá por este dia, 250 reais.

Viu como é fácil! Vamos agora ao 2º caso!

2º caso: João sabe que 4 funcionários conseguem produzir 300 agendas em dois dias. Ele precisa produzir este mesmo número de agendas em apenas um dia. A solução vai ser contratar mais funcionários. Mas, quantos?

Podemos observar que se aumentarmos o número de funcionários, a quantidade de dias necessário para produzir o mesmo número de agendas diminui. E se quisermos diminuir o número de funcionários a quantidade de dias para efetuar tal produção aumentará. Portanto, estamos falando de **grandezas inversamente proporcionais**.

Neste caso, temos que:

DIMINUI

2 dias → 4 funcionários

1 dia → x funcionários

AUMENTA

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, aumentando uma delas, a outra diminui na mesma razão da primeira. Ou seja, quando as setas estão em sentidos contrários.

Podemos, então escrever da seguinte maneira:

Lembre-se que se as grandezas forem INVERSAMENTE proporcionais, você deve INVERTER a posição da segunda razão, como no exemplo!

$$\frac{2}{1} = \frac{x}{4}$$

$$1.x = 2.4$$

$$x = 8$$

Dessa maneira, podemos concluir que João precisará de 8 funcionários para realizar a tarefa.

Os problemas de duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos por um método **chamado regra de três simples**. Ou seja, em um problema, são dados três termos conhecidos e encontraremos o quarto termo.

EXEMPLO 03 :

Carla adora fazer bolo de chocolate. Ela usa a seguinte receita para fazer um bolo.

Ingredientes:

- 4 ovos
- 4 colheres de sopa de chocolate em pó
- 2 colheres de sopa de manteiga
- 3 xícaras de farinha de trigo
- 2 xícaras de açúcar
- 2 colheres de chá de fermento
- 1 xícara de leite

No próximo fim de semana, Carla vai receber alguns amigos em sua casa. Ela precisa fazer três receitas iguais a essa. Quantos ovos serão necessários para que Carla consiga aumentar a receita, mantendo as mesmas características?

Observe que ela precisa manter a mesma receita! Se ela vai aumentar a receita do bolo, então os ingredientes devem aumentar na mesma proporção. Logo, podemos perceber que as grandezas são diretamente proporcionais. Conhecemos três termos e falta encontrarmos o valor do quarto termo. Observe:

AUMENTA ↑		AUMENTA ↑
1 receita	→	4 ovos
3 receitas	→	x ovos

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{x}$$

$$1.x = 3.4$$

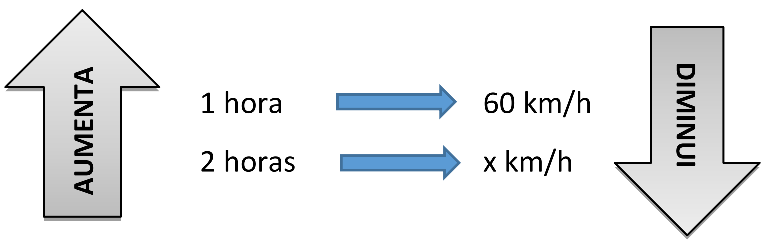
$$x = 12$$

Ela vai precisar de 1 dúzia de ovos, ou seja, 12 ovos!

EXEMPLO 04 :

Agora, vamos supor que uma pessoa utilize o ônibus para ir à escola. Geralmente, este ônibus, com uma velocidade média de 60km/h, leva 1 hora para completar tal percurso. Porém, imagine que em um determinado dia houve um grande engarrafamento. O mesmo ônibus levou 2 horas para concluir o mesmo percurso diário. Nas condições acima, qual foi a velocidade média alcançada pelo ônibus?

Vejamos, se o ônibus normalmente leva 1 hora para percorrer a distância citada a uma velocidade média de 60km/h, e neste dia em especial, levou 2horas para percorrer a mesma distância. Podemos concluir que ele andou mais lentamente. Você pode observar que as grandezas velocidade média e horas são inversamente proporcionais. Pois se o veículo em questão leva mais tempo em uma mesma distância significa que sua velocidade média foi menor. Então podemos escrever assim:



Conhecemos três termos e falta encontrarmos o valor do quarto termo.

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{60}$$

$$2.x = 1.60$$

$$2x = 60$$

$$x = \frac{60}{2}$$

$$x = 30$$

Logo, o ônibus percorreu a distância com uma velocidade média de 30km/h.

Neste momento, gostaria de chamar a sua atenção para problemas que envolvem porcentagem e que podem ser resolvidos pelo método de regra de três simples. Mas antes, vamos recordar a ideia de porcentagem.

1 – PORCENTAGEM:

Porcentagem é uma razão cujo denominador é igual a 100. Por isso, “por cento”. E pode ser representada pelo símbolo %.

Vale ressaltar que, podemos representar uma porcentagem de maneiras diferentes. Veja como podemos expressar trinta por cento.

1) $\frac{30}{100}$ $\rightarrow$ Forma de fração.

2) 0,3 $\rightarrow$ Forma de decimal exato, que é obtido dividindo-se 30 por 100.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{300} & \mathbf{100} \\ \cline{2-2} 0 & 0{,}3 \end{array}$$

3) 30% $\rightarrow$ Forma de taxa percentual.

EXEMPLO 01 :

Como calcular 20% de um determinado valor? É fácil!

Basta escrever essa taxa percentual na forma fracionária e depois multiplicá-la pelo valor dado. Observe:

$$20\% = \frac{20}{100}$$

$$20\%\ de\ x = \frac{20}{100}.x$$

EXEMPLO 02 :

Como calcular 20% de 400?

$$20\%\ de\ 400 = \frac{20}{100}.400 = \frac{8000}{100} = 80$$

Logo, 20% de 400 é igual a 80. Viu como é prático!

Agora, vamos apresentar este assunto na forma de um problema do cotidiano.

Suponhamos que em sua escola possua 800 alunos. De acordo com os dados do senso escolar, 38% são meninos. Qual é o número de meninos em sua escola?

Acompanhe a solução:

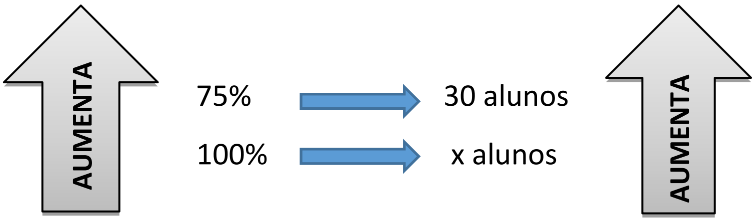
$$38\%\ de\ 800 = \frac{38}{100}.800 = \frac{30400}{100} = 304$$

Desse modo, o número de meninos na escola é igual a 304.

EXEMPLO 03 :

Em uma classe, 75% dos alunos foram aprovados. Este 75% corresponde a 30 alunos. Qual é o número total de alunos nessa classe?

Neste exemplo, queremos saber qual é o valor total de alunos nessa classe. Você pode observar que possuímos o valor de três termos e procuramos o valor do quarto termo. Podemos solucionar este problema pelo método da regra de três simples.



$$\frac{75}{100} = \frac{30}{x}$$

$$75.x = 100.30$$

$$75x = 3000$$

$$x = \frac{3000}{75}$$

$$x = 40$$

Portanto, o total de alunos, nesta classe, é igual a 40.

Viu como podemos resolver diversos problemas utilizando a regra de três simples. Agora, você precisa pôr em prática o que aprendeu. Vamos lá?

Atividade 2

01. Calcule:

a) 10% de 550=

b) 25% de 480=

c) 7% de 200=

02. Uma blusa custa 28 reais. Mas se eu efetuar o pagamento à vista terei 15% de desconto.

a) Qual será o valor desse desconto?

b) Quanto pagarei pela blusa, se efetuar o pagamento à vista?

03. Comprei 7 metros de fita por 14 reais. Quanto pagarei por 13 metros dessa mesma fita?

04. Com quatro pedreiros podemos construir um muro em três dias. Em quantos dias seis pedreiros podem construir o mesmo muro?

05. Numa classe de 40 alunos, 32 foram aprovados. Qual foi a taxa de porcentagem dos aprovados?

Aula 3: Razões trigonométricas.

Caro aluno, existem situações-problemas em que a coleta de dados se dá de forma prática e simples. Porém, há outras situações em que a coleta de dados torna-se muito difícil. Imagine que você precisa fazer uma determinada medição para agregar informações em uma determinada prefeitura. Uma de suas tarefas é apresentar a distância entre as duas margens de um rio, o qual não é possível atravessar. Ou ainda, medir a altura de um prédio sem ter acesso ao seu topo. Sabe como isso pode ser feito? Utilizando a trigonometria!

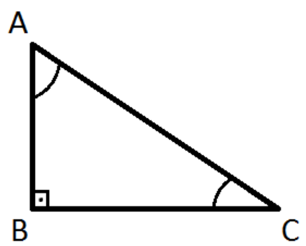
Nesta aula, veremos como é possível medir grandes distâncias a partir de relações existentes entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo. A essas relações chamamos de **relações trigonométricas** nos triângulos. Observe que trigonometria significa medida das partes de um triângulo.

Em especial, nesta aula, veremos a aplicação dessas relações apenas nos triângulos retângulos.

Antes de apresentarmos os exemplos, vamos relembrar alguns conceitos!

1 – RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS:

Seja o triângulo ABC da figura abaixo:

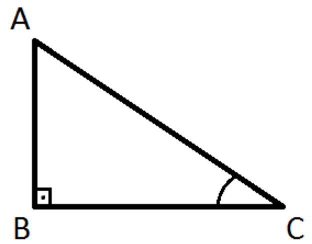


Observe que o ângulo A e o ângulo C medem juntos 90°. Você sabe o por quê?

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° e o ângulo B mede 90°. Então, o ângulo A mais o ângulo C medem 90°. Podemos dizer que eles são ângulos complementares.

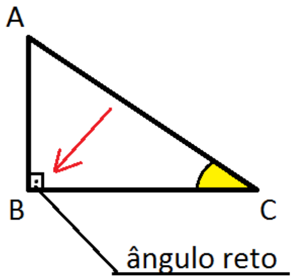
Quando comparamos as medidas dos lados de um triângulo observando um determinado ângulo, determinamos razões trigonométricas a partir desse ângulo.

Tem-se o mesmo triângulo anterior. Porém, vamos considerar o ângulo C como referência para construção dessas razões.



Antes de compararmos as medidas dos lados deste triângulo, vamos nomear cada lado a partir do ângulo C, por exemplo:

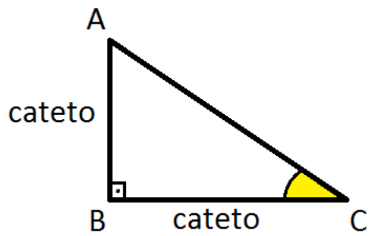
- O lado AC é oposto ao ângulo reto do triângulo ABC, como mostra a figura abaixo.



DICA: Em um triângulo retângulo, a hipotenusa será sempre o maior lado!

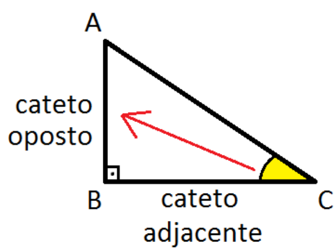
A este lado chamemos **de hipotenusa.**

Após localizarmos o lado que representa a hipotenusa do triângulo, sobram outros dois. Esses outros lados recebem o nome de **catetos**.



O nosso intuito é comparar as medidas dos lados do triângulo a partir do ângulo C dado. Para isto, chamaremos o lado BC de **cateto adjacente**, que significa aquele que está junto ao ângulo. E o lado AB de **cateto oposto**, que significa o lado oposto ao ângulo dado.

Observe que se estivéssemos comparando as medidas dos lados do triângulo a partir do ângulo A dado, chamaríamos o lado BC de **cateto oposto** e o lado AB de **cateto adjacente**.



Agora, após denominarmos os nomes a cada lado desse triângulo podemos montar as seguintes razões:

I – A razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo dado e a medida da hipotenusa, chamamos de **seno** do ângulo.

$$sen\ C = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$

II – A razão entre a medida do cateto adjacente ao ângulo e a medida da hipotenusa, chamamos de **cosseno** do ângulo.

$$\cos C = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

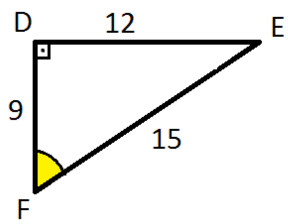
III – A razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo dado e a medida do cateto adjacente ao ângulo, chamamos de **tangente** do ângulo.

$$tg\ C = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

Vejamos o exemplo a seguir:

EXEMPLO 01 :

Calcule as razões seno, cosseno e tangente do ângulo F do triângulo DEF ao lado.



Resolução:

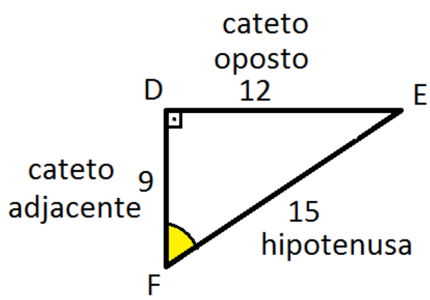
Observe que primeiro precisamos nomear os lados a partir do ângulo F.

Temos então:

$$sen\ F = \frac{c.o.}{hip} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

$$\cos F = \frac{c.a.}{hip.} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$tg\ F = \frac{c.o.}{c.a} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \simeq 1{,}3$$



O seno, o cosseno e a tangente são as

principais razões trigonométricas.

2 – TABELAS TRIGONOMÉTRICAS:

As razões trigonométricas são aplicadas à resolução de muitos problemas. Para isto, é comum recorrermos as tabelas trigonométricas, na qual são fornecidos os valores aproximados do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos de 1° a 89°.

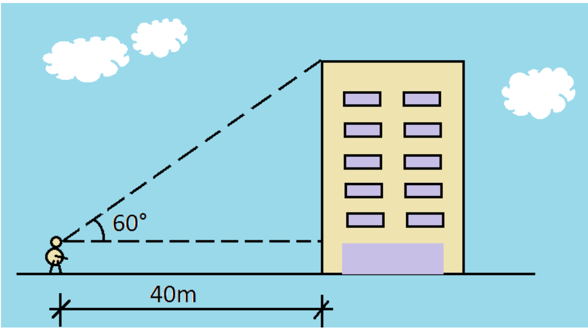
A construção das primeiras tabelas trigonométricas deveu-se ao astrônomo grego Hiparco de Niceia (180-125 a.C.). Mas, hoje em dia, é muito comum calculadoras fornecerem os valores dessas razões. Por isso, estudaremos apenas as razões trigonométricas referentes aos ângulos notáveis, ou seja, que aparecem com frequência em problemas. São eles: 30°, 45° e 60°.

Observe a tabela:

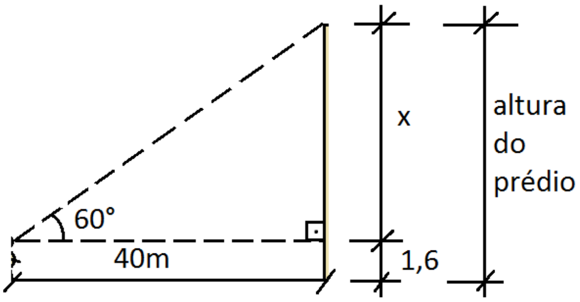
	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

EXEMPLO 01 :

Você precisa medir a altura de um prédio. Para isto se afasta 40 metros deste. Dentro do seu campo de visão e com a ajuda de um instrumento que mede ângulos, o teodolito. Você determinou que o ângulo formado entre a linha do horizonte e o topo do prédio é de 60°. Sabendo que a sua altura é igual a 1,60m. Qual é a altura do prédio que você está observando?



Observe o esquema abaixo:



Primeiro, precisamos achar o valor de x. Sendo assim, vamos nomear os lados do triângulo dado. Como o ângulo dado é 60°. Então nomearemos a partir deste ângulo. Daí, temos que:

- 40m é a medida do cateto adjacente ao ângulo de 60°;
- x é a medida do cateto oposto ao ângulo de 60°.

Como as informações dadas referem-se aos catetos oposto e adjacente, devemos analisar a razão tangente entre eles. Pois é esta razão que relaciona o cateto oposto e o cateto adjacente entre si. Podemos escrever assim:

$$tg60° = \frac{cat.op.}{cat.adj.}$$

Lembre-se que devemos sempre utilizar as informações da tabela dada. Da qual, temos que $tg60° = \sqrt{3}$. Portanto, basta aplicarmos a substituição:

$$tg60° = \frac{x}{40}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{40}$$

Resolvendo, temos:

$$x = 40\sqrt{3}$$

Vamos usar o valor aproximado para $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$.

Assim,

$$x = 40.1{,}7$$

$$x = 68$$

Tenha atenção! 68 é a medida do valor de x e não a altura do prédio. Para acharmos a medida da altura do prédio devemos somar a este resultado a altura do observador.

$$altura\ do\ prédio = x + 1{,}6$$
$$altura\ do\ prédio = 68 + 1{,}6$$
$$altura\ do\ prédio = 69{,}6$$

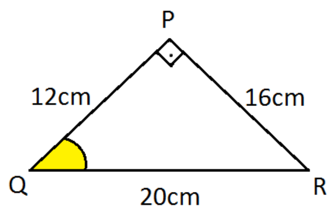
Portanto, a altura do prédio em questão é de 69,60m.

Que tal exercitar um pouco? Faça as atividades propostas, e em caso de dúvidas retorne aos exemplos apresentados!

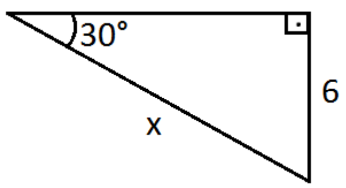
Atividade 3

01. Considere o triângulo ao lado e responda as seguintes questões:

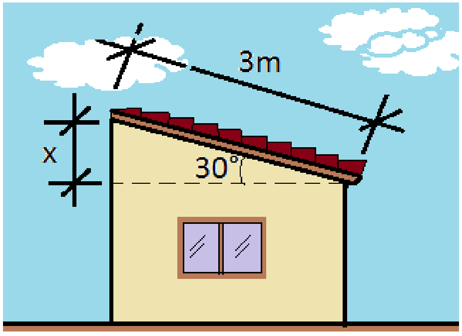
a) Qual é a medida da hipotenusa?
b) Qual é a medida do cateto oposto ao ângulo Q?
c) Qual é a medida do cateto adjacente ao ângulo Q?
d) Calcule o seno do ângulo Q:
e) Calcule o cosseno do ângulo Q:
f) Calcule a tangente do ângulo Q:



02. Calcule o valor de x no triângulo abaixo:



03. Um carpinteiro precisa construir um telhado utilizando uma madeira de 3 metros, conforme figura abaixo. A recomendação do fabricante das telhas que serão utilizadas, informa que a inclinação correta para este telhado deve ser de 30°. Sabendo disso, qual será a altura (x) correta para que a instalação deste telhado obedeça as especificações?



Avaliação

Caro aluno, chegou a hora de avaliar tudo o que nós estudamos nas aulas anteriores. Leia atentamente cada uma das questões e faça os cálculos necessários. Vamos lá, vamos tentar?

01. Em uma pesquisa com o total de 350 alunos. Obteve-se os seguintes resultados:

- 210 são meninas;
- 10% tem mais 18 anos ou mais;
- Em cada 5 alunos pesquisados, 4 mora próximo à escola.

Com base nos dados acima, responda as seguintes questões:

a) Qual é a razão entre o número de meninas e o número de meninos?

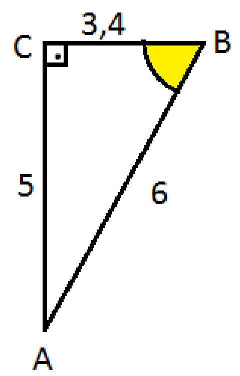
b) Qual é o número de alunos com menos de 18 anos?

c) Quantos alunos moram próximo à escola?

02. A razão entre a altura de Izabela e Fabiana é $\frac{5}{3}$. A altura de Izabela é 160 cm. Qual é a altura de Fabiana?

03. Uma torneira despeja 12 litros de água por minuto e enche uma caixa em 5 horas. Quanto tempo levará para encher a mesma caixa uma torneira que despeja 20 litros por minuto?

04. Considere o triângulo abaixo e responda as seguintes questões:



a) Qual é a medida da hipotenusa?

b) Qual é a medida do cateto oposto ao ângulo B?

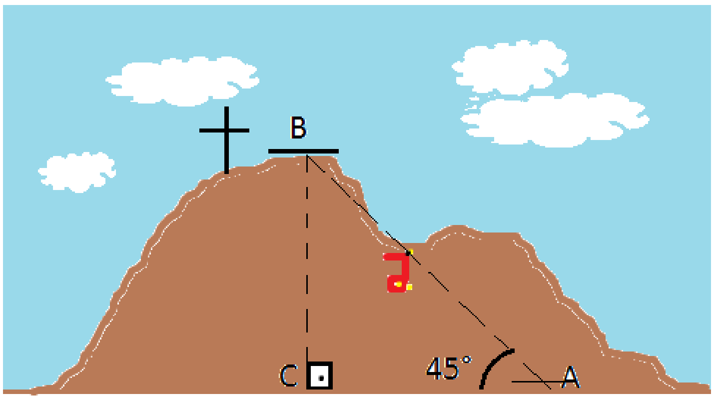
c) Qual é a medida do cateto adjacente ao ângulo B?

d) Calcule o seno do ângulo B:

e) Calcule o cosseno do ângulo B:

f) Calcule a tangente do ângulo B:

05. O prefeito de uma cidade quer fazer do Morro da Cruz um local para atrair turistas. Para isto, pretende construir um teleférico a fim de tornar mais acessível o ponto mais alto do morro (o ponto B). A altura do ponto B, em relação ao solo, é de 1250 metros. Os engenheiros recomendaram o ponto A, como ponto de partida do teleférico. Qual é a distância do ponto A ao ponto C, de acordo com a figura apresentada abaixo?



Pesquisa

Caro aluno, agora que já estudamos todos os principais assuntos relativos ao 2° bimestre, é hora de discutir um pouco sobre a importância deles na nossa vida. Então, vamos lá?

Iniciamos este estudo, conhecendo as razões e proporções entre grandezas de mesma unidade. Depois, trabalhamos um caso especial de razão, as razões trigonométricas, através de situações-problemas.

Agora, leia atentamente as questões a seguir e através de uma pesquisa responda cada uma delas de forma clara e objetiva.

ATENÇÃO: Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites nos quais foram utilizados.

I – Apresente alguns exemplos de situações reais nas quais podemos encontrar razões e proporções.

____

____

____

____

____

____

II – Agora que estudamos o conteúdo de razão e proporção e vemos que elas estão ligadas às formas, estruturas, e de certa forma definem um conceito de beleza e harmonia. Podemos verificar que tais conceitos influenciam a música. Por exemplo, através da proporção áurea, sistemas de afinação, entre outros. Explique como se dá a razão e proporção na música. Como ela interfere na harmonia e afinação. Apresente alguns exemplos de sua aplicação.

(**ATENÇÃO:** Fazer esta parte da atividade em uma folha separada!)

Referências

[1] DOLCE, Osvaldo; POMPEU, José Nicolau. Fundamentos de Matemática Elementar 9: Geometria Plana. 8 ed. São Paulo: Atual, 2006

[2] IEZZE, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. Matemática e realidade. 6ª. Edição. São Paulo: Atual, 2009.

[3] PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares da Educação Básica. Curitiba: SEED, 2006

[4] MARTAIX, M. El Discreto encanto de las matemáticas. Barcelona: Marcombo, 1986.

Equipe de Elaboração

COORDENADORES DO PROJETO

Diretoria de Articulação Curricular
Adriana Tavares Mauricio Lessa

Coordenação de Áreas do Conhecimento
Bianca Neuberger Leda
Raquel Costa da Silva Nascimento
Fabiano Farias de Souza
Peterson Soares da Silva
Ivete Silva de Oliveira
Marília Silva

COORDENADORA DA EQUIPE
Raquel Costa da Silva Nascimento
Assistente Técnico de Matemática

PROFESSORES ELABORADORES
Ângelo Veiga Torres
Daniel Portinha Alves
Fabiana Marques Muniz
Herivelto Nunes Paiva
Izabela de Fátima Bellini Neves
Jayme Barbosa Ribeiro
Jonas da Conceição Ricardo
Reginaldo Vandré Menezes da Mota
Tarliz Liao
Vinícius do Nascimento Silva Mano
Weverton Magno Ferreira de Castro