Matemática

Aluno

Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada – 02

1° Série | 2° Bimestre

Disciplina	Curso	Bimestre	Série
Matemática	**Ensino Médio**	**2°**	**1°**

Habilidades Associadas
1. Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
2. Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau
3. Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes
4. Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico
5. Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
6. Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SOMANDO FORÇAS
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

Apresentação

A Secretaria de Estado de Educação elaborou o presente material com o intuito de estimular o envolvimento do estudante com situações concretas e contextualizadas de pesquisa, aprendizagem colaborativa e construções coletivas entre os próprios estudantes e respectivos tutores – docentes preparados para incentivar o desenvolvimento da autonomia do alunado.

A proposta de desenvolver atividades pedagógicas de aprendizagem autorregulada é mais uma estratégia pedagógica para se contribuir para a formação de cidadãos do século XXI, capazes de explorar suas competências cognitivas e não cognitivas. Assim, estimula-se a busca do conhecimento de forma autônoma, por meio dos diversos recursos bibliográficos e tecnológicos, de modo a encontrar soluções para desafios da contemporaneidade, na vida pessoal e profissional.

Estas atividades pedagógicas autorreguladas propiciam aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências nucleares previstas no currículo mínimo, por meio de atividades roteirizadas. Nesse contexto, o tutor será visto enquanto um mediador, um auxiliar. A aprendizagem é efetivada na medida em que cada aluno autorregula sua aprendizagem.

Destarte, as atividades pedagógicas pautadas no princípio da autorregulação objetivam, também, equipar os alunos, ajudá-los a desenvolver o seu conjunto de ferramentas mentais, ajudando-o a tomar consciência dos processos e procedimentos de aprendizagem que ele pode colocar em prática.

Ao desenvolver as suas capacidades de auto-observação e autoanálise, ele passa ater maior domínio daquilo que faz. Desse modo, partindo do que o aluno já domina, será possível contribuir para o desenvolvimento de suas potencialidades originais e, assim, dominar plenamente todas as ferramentas da autorregulação.

Por meio desse processo de aprendizagem pautada no princípio da autorregulação, contribui-se para o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para o aprender-a-aprender, o aprender-a-conhecer, o aprender-a-fazer, o aprender-a-conviver e o aprender-a-ser.

A elaboração destas atividades foi conduzida pela Diretoria de Articulação Curricular, da Superintendência Pedagógica desta SEEDUC, em conjunto com uma equipe de professores da rede estadual. Este documento encontra-se disponível em nosso site www.conexaoprofessor.rj.gov.br, a fim de que os professores de nossa rede também possam utilizá-lo como contribuição e complementação às suas aulas.

Estamos à disposição através do e-mail curriculominimo@educacao.rj.gov.br para quaisquer esclarecimentos necessários e críticas construtivas que contribuam com a elaboração deste material.

Secretaria de Estado de Educação

Caro aluno,

Neste documento você encontrará atividades relacionadas diretamente a algumas habilidades e competências do 2° Bimestre do Currículo Mínimo. Você encontrará atividades para serem trabalhadas durante o período de um mês.

A nossa proposta é que você, Aluno, desenvolva estes Planos de Curso na ausência do Professor da Disciplina por qualquer eventual razão. Estas atividades foram elaboradas a partir da seleção das habilidades que consideramos essenciais da 1° Série do Ensino Médio no 2° Bimestre.

Este documento é composto de um texto base, na qual através de uma leitura motivadora você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas a estas habilidades. Leia o texto, e em seguida resolva as Ficha de Atividades. As Fichas de atividades devem ser aplicadas para cada dia de aula, ou seja, para cada duas horas/aulas. Para encerrar as atividades referentes a cada bimestre, ao final é sugerido uma pesquisa sobre o assunto.

Para cada Caderno de Atividades, iremos ainda fazer relações diretas com todos os materiais que estão disponibilizados em nosso site *Conexão Professor*, fornecendo, desta forma, diversos materiais de apoio pedagógico para que o Professor aplicador possa repassar para a sua turma.

Neste caderno de atividades vamos estudar as funções do 1° grau e as razões trigonométricas no triangulo retângulo. Ao realizar o estudo de funções, vamos apresentar como este assunto está inserido em nosso cotidiano. Na parte geométrica, estudaremos ainda as leis do seno e cosseno.

Este documento apresenta 10 (dez) aulas. As aulas podem ser compostas por uma explicação base, para que você seja capaz de compreender as principais ideias relacionadas às habilidades e competências principais do bimestre em questão, e atividades respectivas. Leia o texto e, em seguida, resolva as Atividades propostas. As Atividades são referentes a um tempo de aula. Para reforçar a aprendizagem, propõe-se, ainda, uma avaliação e uma pesquisa sobre o assunto.

Um abraço e bom trabalho!

Equipe de Elaboração.

Sumário

Aula 1: Função Polinomial do 1° Grau.

Nas aulas anteriores, estudamos o que é uma função. Aprendemos também a representar o gráfico de diferentes tipos de funções. No universo matemático, existem algumas funções que, por sua contínua utilização no dia a dia, recebem um tratamento especial, isto é, são estudadas com maior profundidade.

Nesta aula, vamos aprender um pouco sobre uma destas funções. É a chamada função polinomial do 1° grau, também conhecida como função afim.

Esperamos que seja muito divertido e instrutivo para você. Bom estudo.

1 – FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU:

Denotamos função polinomial do 1º grau ou função afim a toda função do tipo:

$$\mathbf{F\,(x) = a\,x + b}\text{, com } a \neq 0.$$

Você deve estar se perguntando por que ***a*** tem de ser diferente de zero? A resposta é simples! Note que se ***a*** = 0 temos y = 0 . x + b ,ou seja, y = 0 + b. Neste caso, anularíamos a variável e ficaríamos apenas com a parte constante: y = b. A função deixa de ser polinomial do primeiro grau, e passa a ser uma função constante.

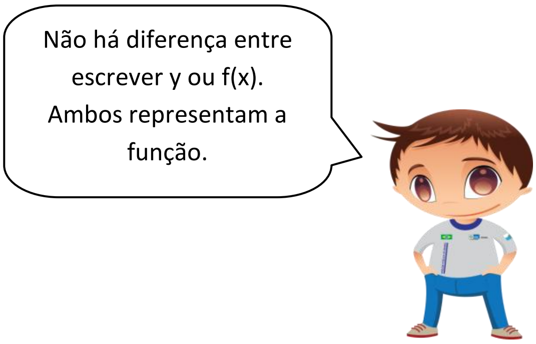
Observe os exemplos:

a) f(x) = 2x – 3 $\rightarrow$ (a = 2 e b = - 3)

b) f(x) = – 5x + 2 $\rightarrow$ (a = - 5 e b = 2)

c) f(x)= – x $\rightarrow$ (a = - 1 e b = 0)

É muito comum representar uma função do 1º grau por: **y = a x + b**, com $a \neq 0$.



Para cada valor de x, a função assume um valor y ou f(x), então podemos escrever um par ordenado como (x, y) ou (x, f(x)). Este par ordenado representa um ponto no plano cartesiano (x, y). Então usamos a notação f(x) = Y. Exemplos:

a) $f(x) = 2x - 3 \quad \rightarrow \quad f(x) = 2x - 3$,

b) $f(x) = -5x + 2 \quad \rightarrow \quad f(x) = -5x + 2$

O domínio e a imagem desta função são números Reais, isto é, podemos atribuir qualquer valor Real para x e, automaticamente, será encontrado um valor Real para y.

É interessante atentar para o fato do crescimento e decrescimento nesta função. O valor de y depende exclusivamente do valor atribuído a x, sendo assim, esta função permite modelar situações tanto de crescimento como de decrescimento proporcional. Vamos analisar alguns exemplos para que você compreenda melhor!

EXEMPLO 01:

Um taxista cobra por corrida R$10,00 (bandeirada) e mais R$1,50 por quilômetro rodado. Qual a função que representa uma corrida com este taxista?

Resolução:

É evidente que a cada quilômetro percorrido, o taxímetro marcará mais R$1,50. Veja a tabela:

Km percorrido	Preço
1	10 + 1 . 1,50
2	10 + 2 . 1,50
5	10 + 5 . 1,50
X	10 + x . 1,50

Analisando a tabelo, é possível perceber que a função será dada por f(x) = 1,50x + 10, onde f(x) é o valor a ser pago e x a quantidade de quilômetros percorridos. Temos então uma função polinomial do primeiro grau, onde a = 1,50 e b = 10.

Agora que tal exercitar um pouco?

Atividade 1

01. Escreva três exemplos de situações reais que podem ser modeladas através de uma função polinomial do 1° grau.

____

____

____

02. De acordo com a definição, uma função polinomial é representada por: f(x) = ax + b, com a $\neq$ 0. Escreva as seguintes funções dados *a* e *b*:

a) a = 2, b = 3 ______________________

b) a = –1, b = 5 ______________________

c) a = 0, b = –3 ______________________

d) a = –2, b = –7 ______________________

03. Dadas as funções, identifique o valor de a e b:

a) f(x) = 2x – 5	b) y = -x + ½	c) y = 1 – x	d) f(x) = $\frac{x}{2} - 6$
a = _______	a = _______	a = _______	a = _______
b= _______	b= _______	b= _______	b= _______

04. Dadas as funções a seguir, defina quais são funções afim. Justifique suas respostas:

a) $y = x^2 - 7$

____

____

b) $y = \frac{2}{3}x - 8$

____

____

c) $f(x) = \frac{1}{x} - 3$

____

____

d) $f(x) = 8$

____

____

05. Dada a função $f(x) = 2x - 3$, determine:

a) $f(1)$ = _______

b) $f(-1)$ = _______

c) $f(0)$ = _______

d) $f(\frac{1}{2})$ = _______

Aula 2: Situações Problemas sobre Funções

Nesta aula vamos aprender a modelar alguns problemas com a função polinomial do primeiro grau. Você vai perceber que todos os dias nos deparamos com situações onde essa função se faz presente, e instintivamente, realizamos cálculos com ela. Através de alguns exemplos de aplicação da função polinomial do 1° grau, vamos levá-lo a compreender esse importante assunto:

EXEMPLO 01:

O custo da fabricação dos brincos de uma fábrica é dado pela função $C(x) = 3x + 27$, sendo x o número de brincos produzidos e C o custo em reais. Calcule:

a) Qual o custo da fabricação de 200 brincos?

b) E o custo da fabricação de 500 brincos?

Resolução:

a) Para calcular o custo da fabricação de 200 brincos devemos calcular C(200), ou seja:

$C(x) = 3x + 27$, e sendo $x = 200$, temos que $C(200) = 3 \cdot 200 + 27$, isto é, $C(200) = 600 + 27 = 627$. Então, conclui-se que $C(200) = 627$.

Logo, o custo é igual a R$ 627,00.

b) Para calcular o custo da fabricação de 500 brincos devemos calcular C(500), ou seja: substituir $x = 500$ na função dada: $C(x) = 3x + 27$. Então, teremos:

$C(500) = 3 \cdot (500) + 27$.

Assim, $C(500) = 1500 + 27$. Conclui-se quem $C(500) = 1527$

Logo, o custo é igual a R$ 1.527,00.

EXEMPLO 02:

Em uma sorveteria, o quilograma do sorvete é vendido a R$ 25,00, sendo que o cliente, após pesar o sorvete, pagando um acréscimo de R$ 3,00 pode acrescentar vários tipos de cobertura. Considerando x a quantidade de sorvete e y o valor a ser pago pelo sorvete, pede-se:

a) Qual a função que define o valor a ser pago na compra do sorvete, levando-se em conta que não consumirá cobertura.
b) Qual a função que define o valor a ser pago na compra do sorvete, incluindo a cobertura.
c) Quanto pagarei se consumir 300 gramas de sorvete utilizando cobertura?
d) Com R$8,00, quanto sorvete poderei comprar, se utilizar cobertura.

Resolução:

Inicialmente, vamos construir uma tabela explicativa para o consumo de sorvete:

Peso	Valor pago com cobertura	Valor pago sem cobertura
1 kg	25 . 1 + 3	25 . 1
2 kg	25.2 + 3	25 . 2
0,5 kg	25. 0,5 + 3	25 . 0,5

a) Basta multiplicar o preço do sorvete pela quantidade consumida, assim, teremos: y = 25.x

b) Análogo ao item anterior, o preço é dado pelo valor do quilo multiplicado pela quantidade consumida, porém, acrescido da taxa de R$3,00 da cobertura. Então, a função será dada por y = 25.x + 3

c) Observe que 300 gramas de sorvete pode ser representado por 0,3 Kg. Como a função é dada por y = 25x + 3, vamos substituir x = 0,3 na função. Então, temos que y = 25 **.** 0,3 + 3. Conclui-se que o valor a ser pago é de R$ 10,50.

d) Neste caso temos o valor a ser pago e precisamos calcular a quantidade. Como y = 25.x + 3, teremos que 8 = 25.x+3. Você se lembra como faz essa conta? Vamos relembrar!!

1°) y = 25.x + 3, teremos que 8 = 25.x+3.

2°) Subtraindo 3 de cada membro teremos:

$8 - 3 = 25x + 3 - 3,$

$5 = 25x$

$X = \frac{5}{25.} = 02$

Conclui-se que x = 0,2 Kg = 200 gramas de sorvete.

OBSERVAÇÃO::

Nas funções polinomiais do primeiro grau, quando b = 0, teremos a chamada função linear. Observe ainda que essa função é um caso típico de proporcionalidade, pois dependendo do sentido dessa função (crescente ou decrescente) teremos grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

Atividade 2

01. O custo de fabricação dos carrinhos de brinquedo de uma fábrica está relacionado com a quantidade de carrinhos de acordo com a função C(x) = 2,5x + 50, calcule:

a) O custo de fabricação de 50 carrinhos;

b) O custo de fabricação de 80 carrinhos.

02. O lucro de um artesão em função do número de peças vendidas é dado pela função L(x) = 6x - 3000. Pede-se:

a) O número mínimo de peças vendidas para que não haja prejuízo é igual a:

b) Qual o lucro para a venda de 250 peças?

03. Paulo recebe mensalmente R$ 2.000,00 fixos e mais R$ 100,00 por cada coleção de livros que ele vender. Seja x a quantidade de coleções de livros vendidas por Paulo e y o salário total que Paulo irá receber. Qual a função que representa o salário final de Paulo?

04. Em um restaurante, foi feita uma pesquisa para saber o custo na produção do alimento.

Quantidade de refeições	Custo
0	500
50	650
100	800
150	950

Baseado nesta tabela, responda às questões:

a) Qual o custo do restaurante caso não tenha produção de refeições?
b) Escreva a função que define o custo do restaurante.

Aula 3: Proporcionalidade e função linear

Uma das ideias mais interessantes estudadas no Ensino Fundamental é a questão da proporcionalidade. Você lembra do conceito de proporcionalidade?

Na Grécia antiga, a partir dos estudos do Matemático Tales de Mileto começamos a tomar consciência da utilização da proporcionalidade. Ele descobriu que dadas duas ou mais grandezas, é possível que elas cresçam ou diminuam de forma constante.

Vejamos um bom exemplo que podemos observar em nossa sala de aula. Se cada aluno precisa de dois cadernos, dois alunos vão necessitar de quatro cadernos e assim por diante. Observe a tabela:

Número de alunos	Número de cadernos
1	2
2	4
3	6
4	8
x	2x

É evidente que o número de cadernos deve ser o dobro do número de alunos. Assim, podemos escrever a seguinte função polinomial do primeiro grau: $y = 2x$. Observe que não há valor de b, sendo assim, chamaremos este tipo de função de ***função linear***.

Seguem alguns exemplos para ilustrar esse conceito:

EXEMPLO 01:

Um motorista mantém seu carro numa estrada com uma velocidade constante de 60 km/h. Responda:

a) Em quanto tempo ele percorrerá 240 km?

b) Quando quilômetros ele percorrerá em 3h?

Resolução:

Esse problema envolve conceitos de proporcionalidade e função linear. Observe a tabela a seguir:

t (em horas)	d (em km)
1	60
2	120
3	180
t	d = 60.t

Quando isso ocorre entre duas grandezas dizemos que elas são ***diretamente proporcionais***, e na linguagem matemática, podemos dizer que duas grandezas são diretamente proporcionais se para cada valor de x de uma delas corresponde um valor y na outra, satisfazendo as condições:

i. Quanto maior for x, maior será y

ii. Se dobrarmos, triplicarmos, etc. o valor de x, então, o valor correspondente de y também será aumentando na mesma quantidade.

Essa correspondência de x e y que satisfaz essas duas condições chama-se proporcionalidade. Mas, e se o valor ao invés de aumentar, ele diminuir na mesma proporção? Neste caso, dizemos que os valores x e y são ***inversamente proporcionais.***

Interessante, não é? Então, vamos testar o que aprendemos nesta aula?

Atividade 3

01. Sejam L a medida do lado e P o perímetro de um quadrado. Verifique se a correspondencia de L em P é uma proporcionalidade. Justifique a sua resposta:

02. Considere L a medida do lado e A a medida da área de um quadrado. A correspondencia de L em A é uma proporcionalidade? Justifique a sua resposta:

03. Uma loja de eletrodomésticos lança uma promoção relâmpago. Nessa promoção, todas as notas fiscais receberão sobre o preço final um desconto de 10%. Pede-se:

a) A função que representa o valor a ser pago após o desconto de 10%?

b) Quanto um cliente pagará se comprar R$5600,00?

c) Até que valor em mercadorias poderei comprar se tenho R$2700,00 para gastar?

04. Em uma padaria o quilograma do pão custa R$ 5,50. Detemine.

a) O preço pago por 2 Kg de pão.

b) O preço pago por 500 gramas de pão.

c) A função que define a relação entre o preço do quilograma de pão e o valor a ser pago.

Aula 4: Gráfico da função do 1° grau

No plano cartesiano, o gráfico da função polinomial do 1º grau é representado por uma reta. Uma forma de construir esse grafico é conhecer os dois pontos principais da reta: o ponto onde o gráfico intersecta o eixo x e o ponto onde o gráfico intersecta o eixo y.

1 – INTERSEÇÃO COM O EIXO X:

Na intersecção com o eixo x, temos que f(x) = 0, ou seja, isso significa que **y = 0** , logo, x será a raiz da equação ax + b = 0.

Se resolvermos a equação ax + b = 0, temos que: ax = – b. Isolando a variável temos: $\mathbf{x = \frac{-b}{a}}$.

Podemos concluir que o ponto de intersecção da reta com o eixo x é dado por (– b/a, 0).

2 – INTERSEÇÃO COM O EIXO Y:

Na intersecção da reta com o eixo y, teremos que x = 0, isto é, na função y = ax + b, quando x = 0 teremos y = a . 0 + b, o que implica dizer que **y = b**. Concluimos então, que a interseção da reta com o eixo y é representada no ponto (0,b).

É claro que podemos determinar infinitos outros pontos da reta, porém estes dois nos são satisfatórios para a função afim.

Na função linear, o gráfico sempre intersecta o eixo x no ponto (0,0) e consequentemente também intersecta o eixo y no mesmo ponto. Assim teremos apenas um ponto, o que não define uma reta. Como proceder nesses casos? É simples! Sabendo que o domínio da função polinomial do primeiro grau é o conjunto dos números Reais, podemos atribuir a x qualquer valor desse conjunto.

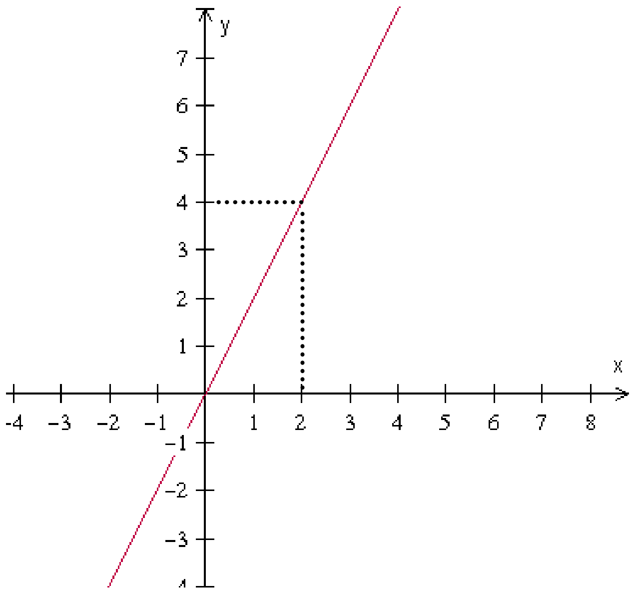
EXEMPLO 01:

Vamos construir o gráfico da função linear y = 2x.

Resolução:

Vamos começar calculando a raiz, que conforme já estudamos, é dada por: x = –b/a. Então, considerando x =0,temos que x = 0/2 = 0. Definimos assim o ponto (0,0). Como a interseçao da reta com o eixo x ocorre no mesmo ponto que a interseção com o eixo y, precisamos de um outro ponto qualquer para construir a reta.

Aleatoriamente escolhemos um valor Real qualquer. No desejo de não fazer um gráfico muito grande, vamos atribuir um valor menor, 2 por exemplo. Calculando x= 2 temos y = 2 . 2 = 4. Assim, quando x = 2 temos y = 4. Temos então dois pontos conhecidos: (2,4) e (0,0). Basta agora, marcar os pontos no plano cartesiano e traçar a reta.



EXEMPLO 02:

Faça um esboço do gráfico da função f(x) = 3x + 6.

Resolução:

Para construir esse gráfico, vamos encontrar os pontos de interseção com os eixos, ou seja, vamos calcular f(x) = 0 e x = 0.

1°) f(x) = 0

$3x + 6 = 0$

$3x = -6$

$x = -6/3$

$x = -2$

O ponto de interseção com x é $(-2, 0)$. Agora vamos calcular $x = 0$:

2°) x = 0

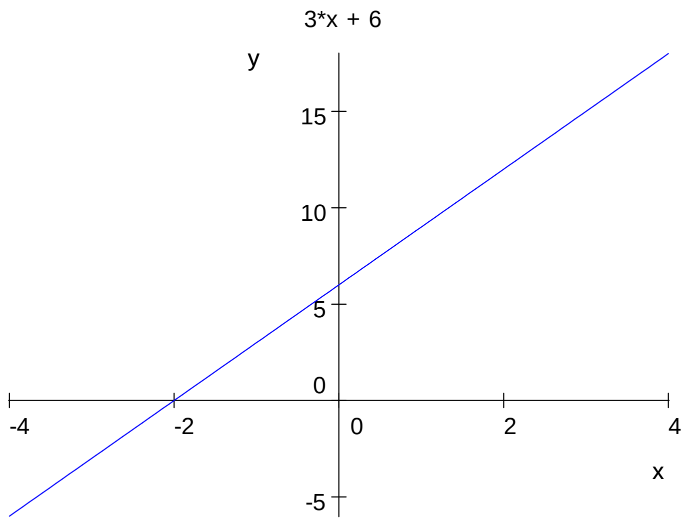
$f(x) = 3 \cdot x + 6$

$f(0) = 3 \cdot 0 + 6$

$f(0) = 6$

Esse é o ponto (0, 6).

Para construi a reta, basta localizar os pontos (0, 6) e (– 2, 0) na reta. O gráfico, é a reta que passa por esses dois pontos:



EXEMPLO 03:

Faça um esboço do gráfico da função $f(x) = -2x + 4$.

Resolução:

Fazendo f(x) = 0 temos:

$-2x+4 = 0$

$-2x = -4$

$x = -4/-2$

$x = 2$

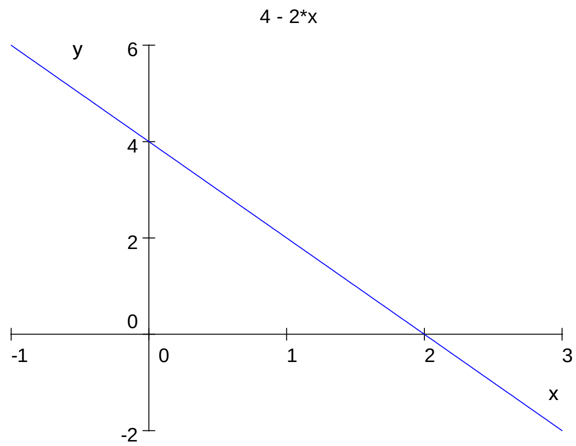
Esse é o ponto (2, 0). Agora fazendo $x = 0$:

$f(0) = -2(0) + 4$

$f(0) = 0 + 4$

$f(0) = 4$

Esse é o ponto (0, 4). Agora basta localizar os pontos no gráfico:



Os exemplo 01 e 02, representam gráficos crescentes e o exemplo 03, decrescente. Uma função é dita **crescente** quando ao aumentarmos os valores de x, os valores correspondentes de y também aumentam, por outro lado, uma função é **decrescente** quando ao aumentarmos os valores de x, os valores correspondentes de y diminuem. Escrevendo em uma linguagem matemática podemos dizer que: uma função do 1º grau do tipo $f(x) = ax+b$ será crescente quando $a > 0$ e decrescente quando $a < 0$.

Na função do 1º grau $f(x) = ax+b$, chamamos o coeficiente *a* de *coeficiente angular*, pois ele indica a inclinação da reta em relação ao eixo x e o coeficiente *b* é chamado de *coeficiente linear*, pois é o valor de y onde o gráfico intersecta o eixo das ordenadas (y).

O valor de x para que $f(x) = 0$, ou seja, a raiz da equação $ax+b = 0$, é chamado de *zero da função*.

Atividade 4

01. Faça um esboça do gráfico das funções:

a) $f(x) = 2x – 6$ b) $f(x) = x + 8$ c) $f(x) = 2x$ d) $f(x) = -3x$

02. Dada a função $f(x) = kx+6$, calcule o valor de k para que $f(3) = 12$.

(DICA: Substitua os valores de x e y na função dada.)

03. Dada a função $f(x) = 2x – 1$, determine:

a) $f(2)$
b) $f(-1)$
c) $f(1)$
d) $f(0)$
e) $f(\frac{1}{2})$

04. Determine a raiz e o coeficiente linear em cada função

a) $y = 2x – 1$
b) $f(x) = x – 3$
c) $f(x) = x$
d) $f(x) = -3x +1$

05. Verifique em cada caso quando a função é crescente ou decrescente.

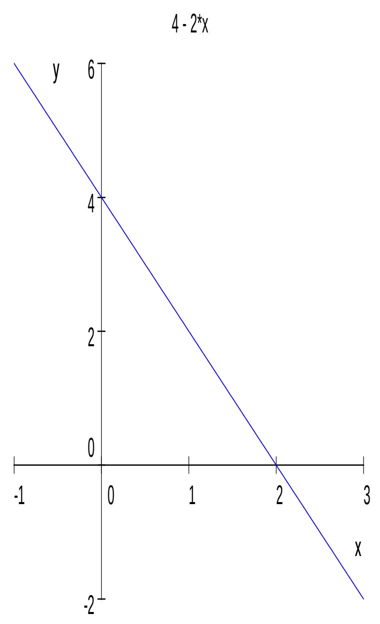
a) $f(x) = -x + 4$
b) $y = 2 – 3x$
c) $f(x) = x$
d) $f(x) = 2x - 1$

Aula 5: Reconhecimento de uma função a partir do gráfico

Nas aulas anteriores aprendemos um pouco sobre funções, especialmente sobre a função polinomial do primeiro grau. Aprendemos a reconhecer uma função afim e também a função linear em sua forma algébrica. Estudamos como encontrar a raiz da função bem como a intersecção com o eixo y. Aprendemos também sobre os coeficientes a e b da função.

Nesta aula, vamos inverter esse processo, pois até então nós partíamos da representação algébrica para construir o gráfico. Agora a proposta é inversa: a partir de um gráfico, vamos definir a expressão algébrica da função, e analisar o seu comportamento. Vamos lá? Observe o gráfico a seguir:

EXEMPLO 01:



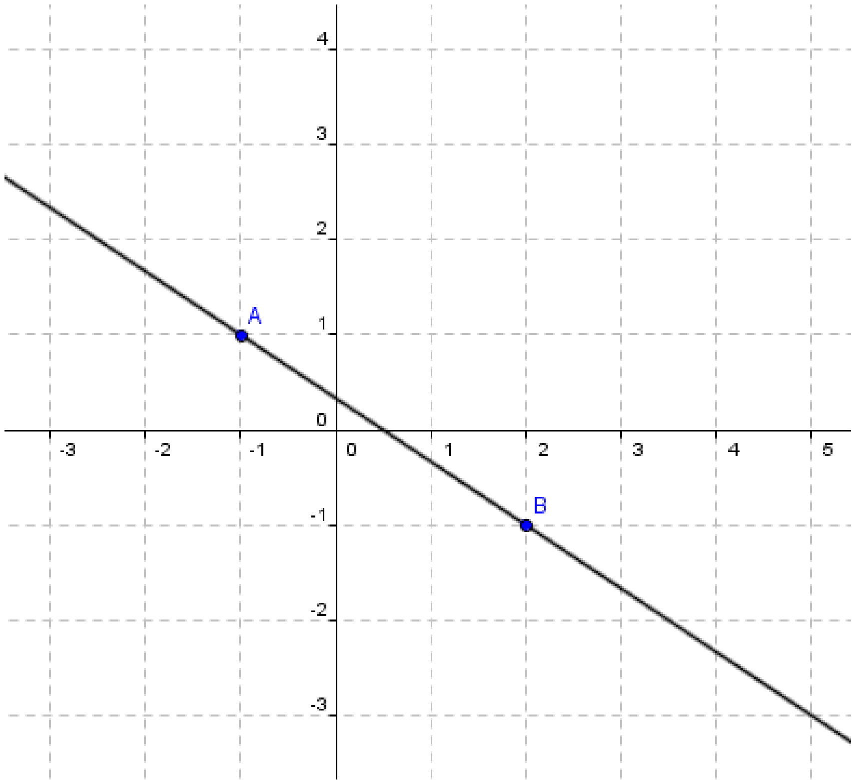
Como podemos determinar os valores dos coeficientes a e b?

Muito simples! Basta observar onde o gráfico da função intersecta o eixo y. Temos então o valor do coeficiente b, para o nosso exemplo 1, temos que b = 4. E, para encontrar o coeficiente a, observamos a variação da função. Note que, enquanto x está variando em duas unidades, em y temos uma variação de quatro unidades. Já vimos que $x = -b/a$. De forma equivalente podemos escrever $\mathbf{a = -b/x}$. Sabendo que $b = 4$ e aplicando o ponto (0, 2), temos que: $a = -4/2 = -2$.

Note que essa função é decrescente, com isso, atribuímos o sinal negativo ao valor de a. Concluímos assim que a função que descrever o gráfico é f(x) = –´2x + 4.

EXEMPLO 02:

Neste exemplo, vamos fazer uma análise criteriosa da função, observe:



Inicialmente é preciso conhecer a forma algébrica dessa função. Para isso vamos lembrar que toda função polinomial do primeiro grau é uma reta e se escreve algebricamente na forma $y = ax + b$.

Precisamos identificar dois pontos nessa reta, assim considerar os pontos A(-1,1) e B(2,-1).

Substituindo os valores de x e y na função $y = ax+b$ temos o sistema:

$$\begin{cases} 1 = -a + b \\ -1 = 2a + b \end{cases}$$

Vamos resolver esse sistema pelo método da substituição. Caso não se recorde, não se preocupe, vamos explicá-lo passo a passo!

1° Passo: Encontrar as equações que formam o sistema. Na primeira equação, isolando b, temos:

1 = – a + b

1+ a = b   ou   b = (1 + a)

2° Passo: Substituir o valor de b na outra equação:

1 = 2a + b

–1 = 2a + **(1+a)**

– 1 = 2a + 1 + a

–1 = 1 + 3a

–1– 1= + 3a

– 2 = 3a   → a = – 2/3

3° Passo: Podemos agora substituir o valor encontrado para **a** na primeira equação:

b = 1 + a

b = 1 + (– 2/3)

b = 1– 2/3

b = 3/3 – 2/3

b = 1/3

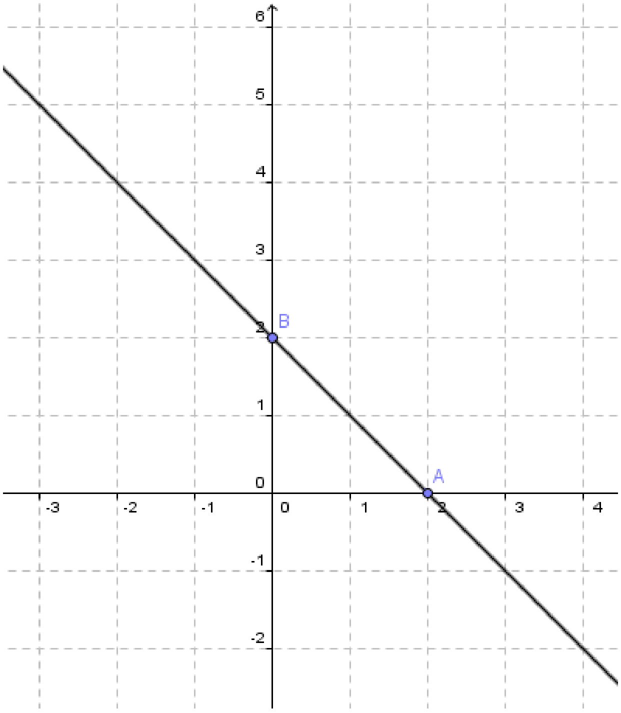
Como y = ax + b, temos que $y = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$

Note que como a função é decrescente o sinal de a obrigatoriamente é negativo, pois a deve ser menor que zero.

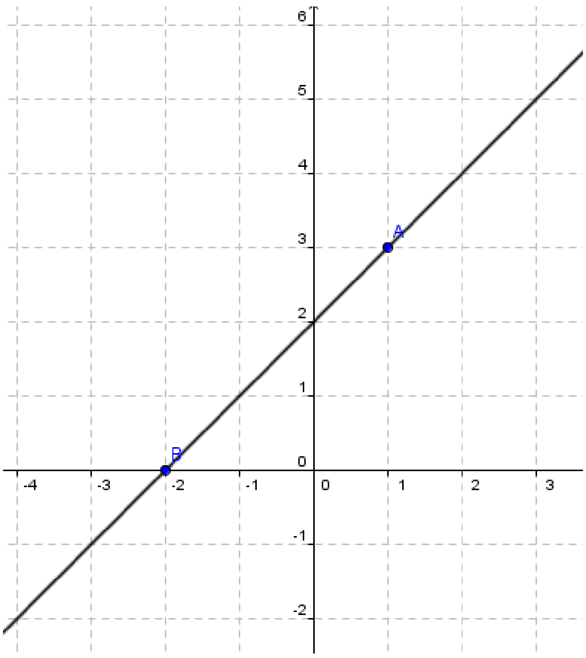
Atividade 5

01. Dados os gráficos das funções reais, escreva a função f(x) = ax + b correspondente.

a)

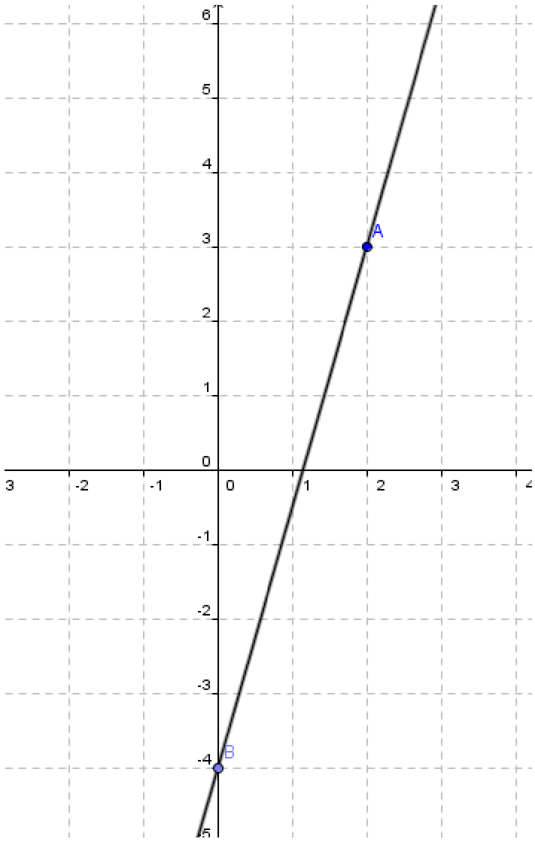


b)

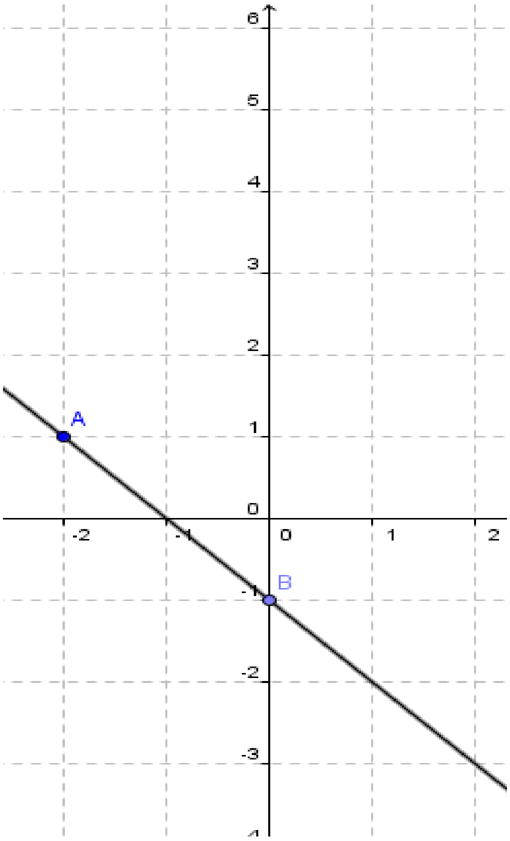


02. Em cada gráfico identifique e escreva a raiz da função, o valor de b, e se o valor de a é positivo ou negativo.

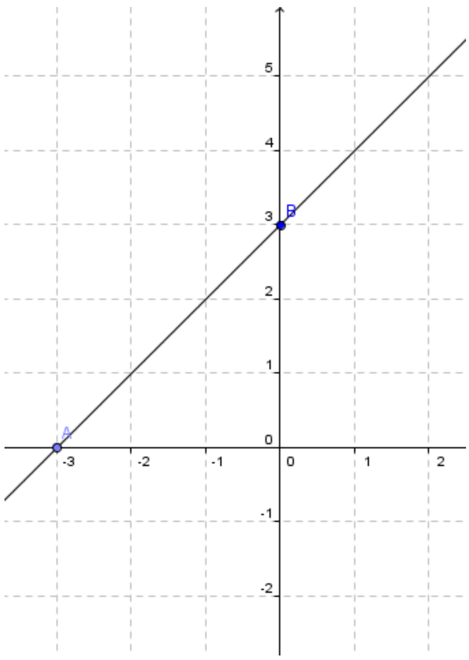
a)



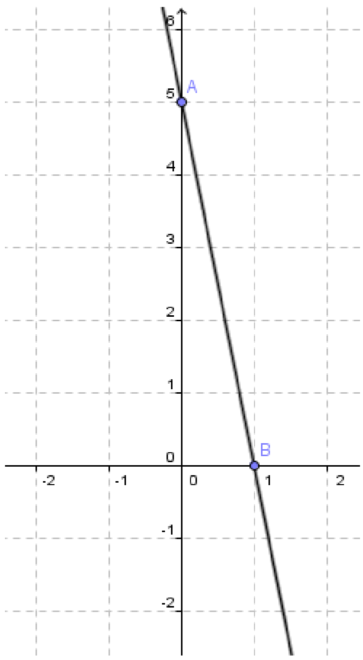
b)



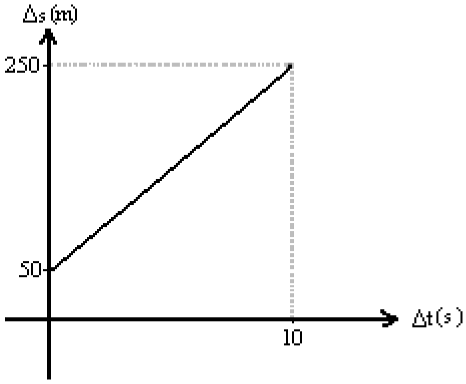
c)



d)



03. A seguir é apresentado um gráfico do espaço em função do tempo.



Pede-se:

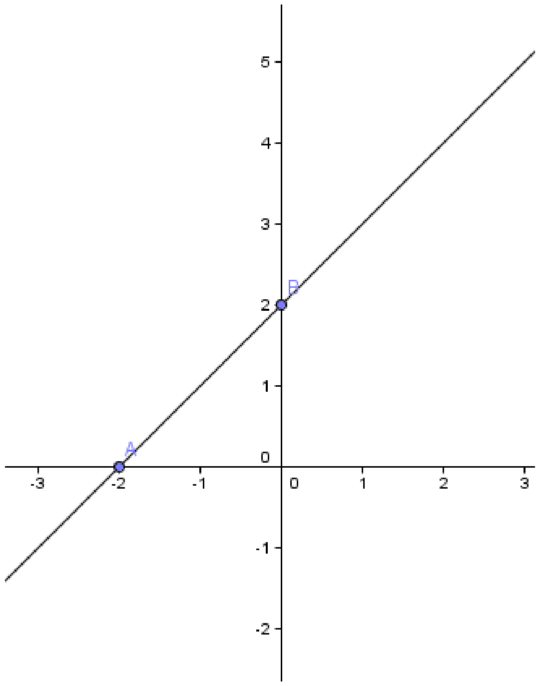
a) A expressão que define o espaço em função do tempo.

b) O espaço inicial.

c) O espaço percorrido após 5 segundos.

d) O espaço total percorrido em 10 segundos.

04. Verifique se os pontos abaixo pertencem a função definida no gráfico



a) (-1,0)

b) (-1,1)

c) (2,4)

d) (1,1)

Aula 6: Estudo do Sinal da Função do 1° Grau.

Uma das muitas aplicações da função polinomial do primeiro grau é na economia. Aprendemos nas aulas passadas como essa função é utilizada na modelagem de problemas envolvendo proporcionalidade. É fácil entender que através dessa função, podemos observar o crecimento ou descrescimento de determinada atividade financeira, desde que essa atividade tenha como modelo a função polinomial do primeiro grau.

Como exemplo, vamos nos ater ao seguinte problema:

EXEMPLO 01:

O Lucro de uma determinada empresa é modelado de acordo com a função $L(x) = 5x - 200$. Sendo x a quantidade de material produzido por essa empresa, qual a quantidade necessária para que o lucro seja positivo?

Resolução:

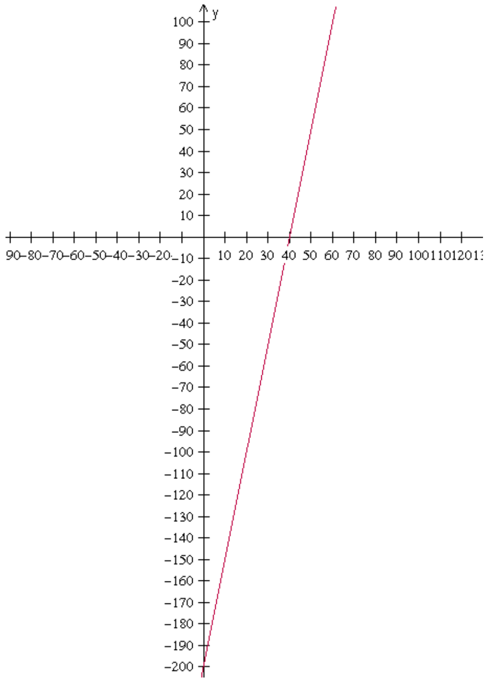
Inicialmente precisamos achar o lucro zero, isto é, quando a função é zero. Aprendemos que a função terá $y = 0$ no ponto que representa a raiz da função, assim, devemos calcular qual o valor de x que anula esta função. Observe que na função temos: $a = 5$ e $b = -200$. Então:

$$x = -b/a$$

$$x = -(-200)/5$$

$$x = 40.$$

Como a interceção da função com o eixo y é no ponto $(0,-200)$, podemos facilmente traçar um gráfico, pois sabemos que essa reta intersepta x em $x=40$ e y em $y=-200$.



Note que quando x = 40 a função está sobre o eixo x, isto é, vale zero. Neste caso, não há lucro e nem prejuízo. Se a quantidade produzida for maior que 40, a reta está acima do eixo x, ou seja, o lucro é positivo, e caso a produção seja menor que 40, teremos lucro negativo ou prejuízo.

Fácil? Então vamos ao próximo exemplo!

EXEMPLO 02:

Pedro tem uma firma de reparos e cobra R$ 50,00 e mais R$ 10,00 por hora de trabalho. Seu irmão João oferece os mesmos serviços e com a mesma qualidade, porém, cobra a visita R$ 30,00 e R$ 15,00 a hora trabalhada. Qual destes profissionais devo chamar caso precise de seus serviços técnicos?

Resolução:

Que dúvida, chamo o Pedro ou o João? Sabe qual a resposta? Ela depende do tempo gasto! Vamos construir uma função para cada caso, sabendo que ambas as expressões estão em função do tempo, que chamaremos de h (hora).

- Pedro: P(h) = 50 + 10h (R$50,00 de visita e R$10,00 por cada hora trabalhada)
- João: J(h) = 30 + 15h (R$30,00 de visita e R$15,00 por cada hora trabalhada)

Vamos descobrir quando os preços são iguais, para isso faremos J(h)= P(h). Observe os cálculos a seguir:

$$30 + 15h = 50 + 10h$$

$$15h - 10h = 50 - 30$$

$$5h = 20,$$

$$h = 4 \text{ horas.}$$

O que isso significa? Significa que se o serviço for de 4 horas de duração, qualquer um dos profissionais cobrará o mesmo preço.

E se número de horas for menor que 4? Qual devemos chamar?

Por exemplo, se o trabalho for de 3 horas de duração? Vamos substituir em cada função:

$$P(3) = 50 + 10 \,.\, 3 = 80$$

$$J(3) = 30 + 15 \,.\, 3 = 75$$

É evidente que se o tempo de duração for menor que 4 horas, devemos chamar o João, visto que cobrará um preço inferior ao cobrado por Pedro, obviamente mantendo a mesma qualidade de serviço. Entretanto, se a quantidade de horas trabalhadas for superior a 4 horas, é melhor contratar os serviços do João.

Por exemplo, 5 horas de trabalho, implicam que:

$$P(5) = 50 + 10 \,.\, 5 = 100$$

$$J(5) = 30 + 15 \,.\, 5 = 105$$

EXEMPLO 03:

Outro exemplo de aplicação prática é simplesmente estudarmos o sinal da função. Por exemplo, vamos estudar o sinal da função $f(x) = -x + 2$.

Resolução:

Inicialmente precisamos conhecer a raiz ou zero dessa função. Para isso, considere que $a = -1$ e $b = 2$.

$$x = -b/a$$

$$x = -2/-1$$

$$x = 2$$

Como o gráfico é uma reta crescente (o sinal de a é menor que zero), podemos analisar sobre o eixo x. Para saber qual o sinal da função para valores maiores e menores que 2, basta atribuirmos um exemplo de cada! Vamos considerar x = 1 e x = 4.

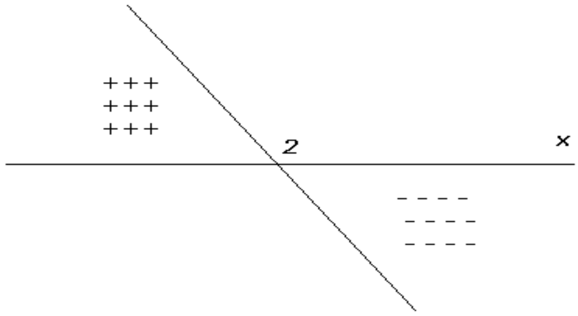
Vamos verificar qual o sinal de y para cada caso:

X = 4 $\rightarrow$ f(4) = – 4 + 2.

f(4) = – 2.

X = 1 $\rightarrow$ f(1) = – 1 +2.

f(1) = + 1.



- Para valores de x maiores que 2, f(x) é negativo (está abaixo do eixo x)
- Para valores de x menores que 2, f(x) é positivo (está acima do eixo x)
- Para x igual a 2, teremos a função igual a zero.

Atividade 6

01. Dada a função afim definida pela expressão y = 2x – 6, determine:

a) A raiz da função.

b) A interseção da reta com o eixo y.

c) O gráfico.

d) O estudo da variação do sinal da função.

02. A academia BOA FORMA está em promoção. Oferece seus serviços a partir de uma matrícula de R$70,00 e mensalidade no valor de R$40,00. Sua concorrente, a academia SAÚDE DE FERRO, cobra apenas R$20,00 de matrícula, porém a mensalidade custa R$65,00. Baseado nestas informações, responda:

a) Qual a expressão que representa o valor a ser pago em função do tempo para a academia BOA FORMA;

b) Qual a expressão que representa o valor a ser pago em função do tempo para a academia SAÚDE DE FERRO.

c) Para malhar 6 meses, qual das academias será vantajosa, levando em conta que os serviços prestados são os mesmos?

d) Em que condição o preço de ambas as academias será o mesmo?

03. Faça o estudo da variação do sinal em cada uma das funções a seguir:

a) $f(x) = 2x - 4$

b) $f(x) = x - 3$

c) $f(x) = -x + 1$

d) $f(x) = 2x - 3$

04. A função lucro de uma determinada empresa é definida pela expressão $L(x) = 5x - 400$. Seja x a quantidade de material produzido (em toneladas) por essa empresa. Determine:

a) para que valor de x não há lucro e nem prejuízo?

b) No mínimo quantas toneladas de material a empresa deve produzir para ter lucro positivo.

c) represente o gráfico da função lucro;

Aula 7: Razões trigonométricas.

Muitas vezes nos deparamos com situações que despertam muita curiosidade acerca de suas criação! Um bom exemplo é a construção representada na figura abaixo. Como o carpinteiro mediu o comprimento das madeiras? E a inclinação (ângulo), que recursos ele utilizou?

Observe que podemos formar vários triângulos nessa construção. Analise o desenho um pouco mais e verifique quantos triângulos você consegue identificar. Compare com seus colegas.

Figura 1

Na matemática existe um recurso interessante que nos ajuda a calcular tanto os ângulos quanto as medidas. É a trigonometria no triângulo retângulo.

A palavra trigonometria vem do grego e pode ser dividida em três partes: tri+gono+metria, ou seja, medida dos três ângulos.

Nesta aula veremos como encontrar lados e ângulos dos triângulos retângulos.

1 – RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIANGULO RETÂNGULO:

Observe a figura que representa o triângulo AA´D e a posição do ângulo α. Ao aumentarmos os lados do triângulo, não significa que estamos aumentando o ângulo, pois ele se mantém constante.

Os matemáticos da antiguidade descobriram que ao dividirmos os lados dos triângulos, encontraremos valores constantes, isto é, ao dividir um cateto do triângulo pela hipotenusa no triângulo menor encontraremos o mesmo valor se dividirmos o cateto pela hipotenusa correspondentes no triângulo maior. Mas como posso dividir números maiores e menores e achar o mesmo resultado? É uma questão de proporcionalidade.

Atentos a essas razões, digamos, especiais, os matemáticos nomearam cada uma delas. Na figura abaixo você pode observar três triângulos retângulos semelhantes, e assim fazer as seguintes razões relacionadas ao ângulo α:

- Seno α = $\frac{AA'}{DA} = \frac{BB'}{DB} = \frac{CC'}{DC} = K1$
- Cosseno α = $\frac{DA'}{DA} = \frac{DB'}{DB} = \frac{DC'}{DC} = K2$
- Tangente α = $\frac{AA'}{DA'} = \frac{BB'}{DB'} = \frac{CC'}{DC'} = K3$

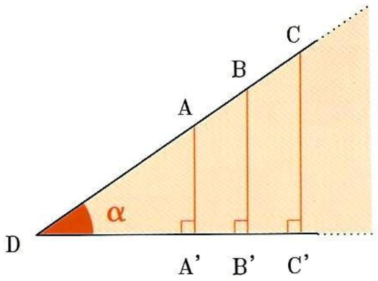
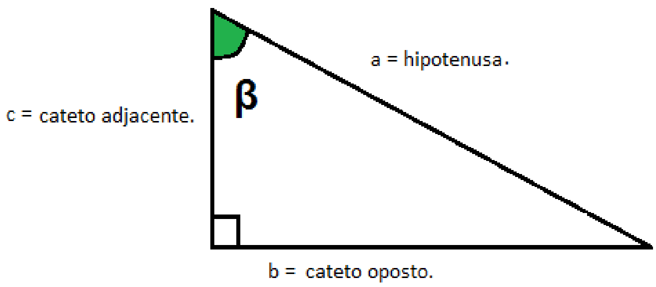
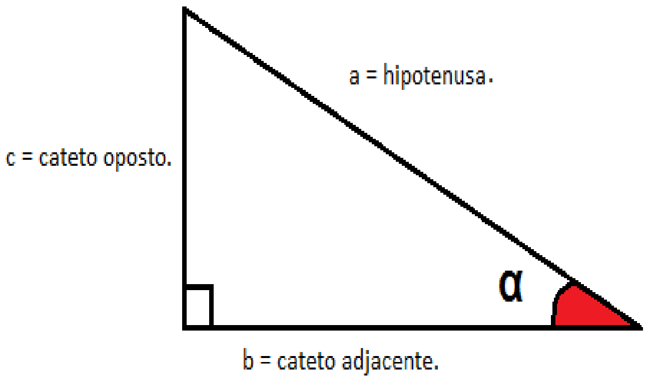


Figura 2

Observe que no desenho o tamanho do triângulo não interfere no valor das constantes, mas, a inclinação das retas sim. Além disso, essas regras servem apenas para os triângulos retângulos.

Observe como classificar os lados dos triângulos de acordo com a posição dos ângulos α e β:





De acordo com as figuras acima, podemos escrever as razões da seguinte:

sen α = $\frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} \frac{c}{a}$

cos α = $\frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$

tg α = $\frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha} = \frac{c}{b}$

sen β = $\frac{\text{cateto oposto a } \beta}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$

cos β = $\frac{\text{cateto adjacente a } \beta}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$

tg β = $\frac{\text{cateto oposto a } \beta}{\text{cateto adjacente a } \beta} = \frac{b}{c}$

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES:

1. Tendo conhecimento do seno e do cosseno de um determinado ângulo, outra maneira prática de calcular a tangente é fazendo a divisão do seno pelo cosseno. Isto é, seja um ângulo α qualquer, temos que tg α = $\frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha}$.

2. Você pode notar que sen α = cos β, de mesma forma, sen β = cós α. Isso se deve ao fato dos ângulos α e b serem complementares, ou seja, a soma dos ângulos é igual a 90º.

EXEMPLO 01:

Encontrar estas razões em nosso dia a dia é mais comum do que parece. No desenho abaixo, vemos um triângulo com as suas medidas. Baseado nessas medidas, calcule as razões trigonométricas dos ângulos α e β.

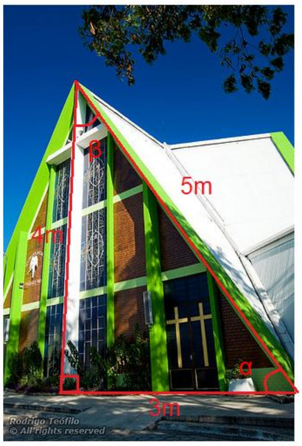


Figura 3

Resolução:

Observe que na figura a hipotenusa mede 5m, e os catetos medem respectivamente, 3cm e 4cm. Verifique ainda que, o cateto oposto ao ângulo α mede 4cm, e o adjacente a α , 3cm. Com relação ao ângulo β, temos o inverso: cateto oposto a β mede 3cm e o adjacente, 4cm. Analisada a figura, basta aplicar a formula:

sen α = 4/5

cos α = 3/5

tg α = 4/3

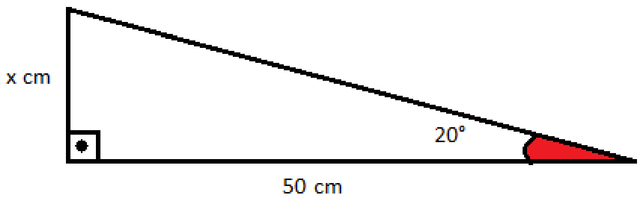
sen β = 3/5

cos β = 4/5

g β = ¾

EXEMPLO 2:

No triângulo abaixo vemos as seguintes medidas x cm e 50 cm, então calcule o valor de x. Dado tg 20° = 0,37.



Resolução:

Como a tangente de um ângulo é dada pela razão entre cateto oposto e cateto adjacente, teremos:

tg 20º = x / 50, substituindo tg 20° = 0,37 teremos:

0,37 = x/50.

x = 0,37 . 50

x = 18,5 cm.

EXEMPLO 03:

Niemeyer foi um arquiteto que gostava muito de projetar prédios fora do comum, por esse motivos ele se tornou mundialmente conhecido. A figura abaixo mostra uma de suas obras com as seguintes medidas:

Considere dados: sen α = 0,8; cos α = 0,5 e tg α = 1,7.

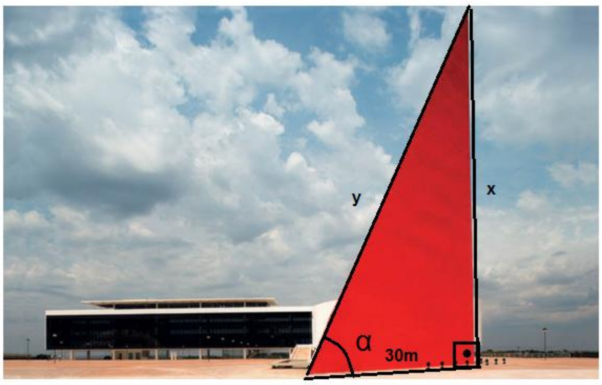


Figura 4

Calcule o valor de x e y?

Resolução:

Como temos o cateto adjacente ao ângulo α, vamos calcular a hipotenusa com a razão cosseno.

$$\text{Cosseno } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa.}}$$

Substituindo os valores dados no exemplo, teremos:

0,5 = 30/y

y = 30/0,5.

y = 60 m.

Agora que sabemos o valor da hipotenusa, podemos utilizar a razão seno para calcular o lado x que é oposto ao ângulo α.

$$\text{Seno } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa.}}$$

Substituindo os valores dados, teremos:

$$0{,}8 = x/60$$

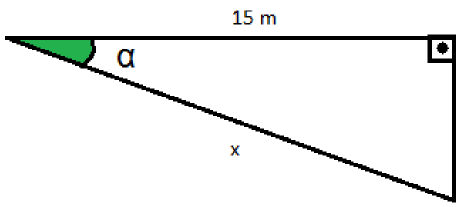
$$x = 0{,}8 \cdot 60.$$

$$x = 48 \text{ m.}$$

Vamos verificar se você aprendeu? Resolva os exercícios abaixo e em caso de dúvidas retorne aos exemplos.

Atividade 7

01. Sabendo-se que cos α = 0,96, calcule a medida x do lado maior deste triângulo.



____

____

02. Analise a figura abaixo e encontre a medida de y, em seguida, calcule também a medida x da parede. Dados os valores: tg α = 0,83.

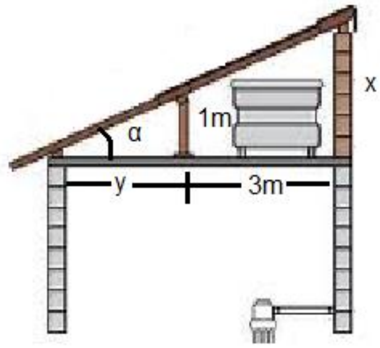
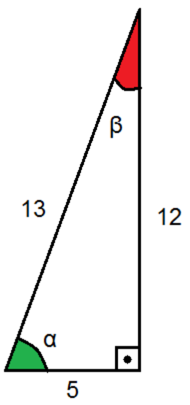


Figura 5

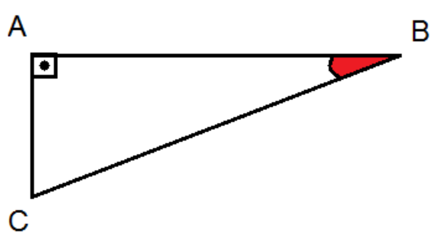
03. Analise o triângulo abaixo e calcule cada valor pedido:



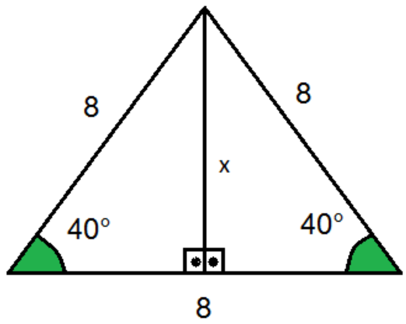
a) sen α b) cos α c) tg α

b) d) ses β e) cos β f) tg β

04. Em um triângulo ABC, retângulo em A, o valor da hipotenusa é 20 cm, se o sen $\widehat{B}$ = $\frac{4}{5}$. Determine o valor AB e AC.



05. No triangulo equilátero abaixo, calcule a medida x indicada. Dados sen 40° = $\frac{3}{5}$, cos 40° = $\frac{7}{10}$, tg 40° = $\frac{4}{5}$.



____

____

Aula 8: Alguns ângulos notáveis

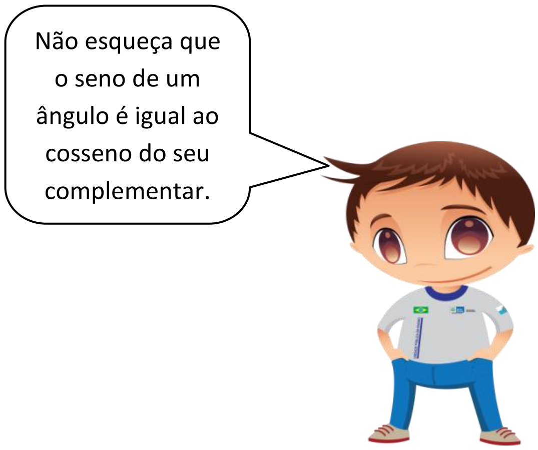
Dentro do estudo da trigonometria, alguns ângulos são utilizados com maior frequência, por esse motivo são chamados de ângulos notáveis, e devido a esse constante uso, recebem atenção especial. Nesta aula, vamos conhecer esses ângulos e desenvolver algumas atividades com os mesmos.

1 – ÂNGULOS NOTÁVEIS:

Para o desenvolvimento desta aula, destacamos os ângulos de 30°, 45° e 60°. Dada a frequência com que são utilizados na resolução de diversos problemas do cotidiano, os valores de seno, cosseno e tangente desses ângulos podem ser memorizados, a fim de agilizar a aplicação dos mesmos em alguma atividade.

A seguir é dada a tabela com os valores das razões trigonométricas para estes ângulos.

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



Na figura a seguir você verá a imagem de um homem medindo o ângulo formado verticalmente. E, com esse ângulo dado podemos calcular a altura e a distância do homem a torre.

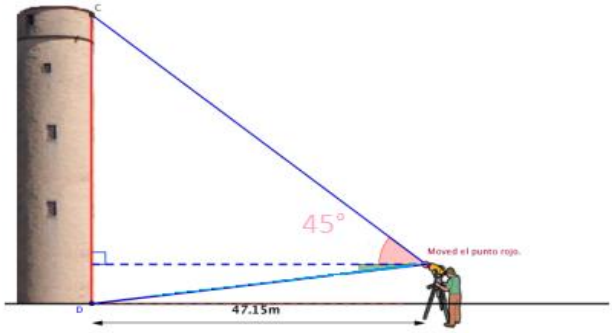


Figura 6

Esse é o **teodolito**. Um tipo de telescópio montado em cima de um tripé, para ser usado de várias formas, uma delas é medir os ângulos verticais e horizontais. Como foi mostrado na figura acima.

Figura 7

2 - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS:

Usando as razões trigonométricas abaixo, podemos calcular qualquer lado do triangulo, tendo apenas um ângulo e um dos lados, veja as razões trigonométricas abaixo e leia os exemplos que se seguem:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

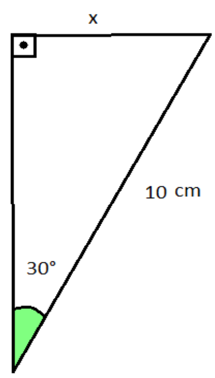
$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha}$$

Veja nos exemplos a seguir, como utilizar a tabela de ângulos para encontrar valores nos triângulos:

EXEMPLO 01:

Usando a tabela de ângulos descubra o valor de x:



Resolução:

O valor de x é o cateto oposto ao ângulo 30° . Desse modo, utilizaremos a razão seno:

Sen 30 = x/10.

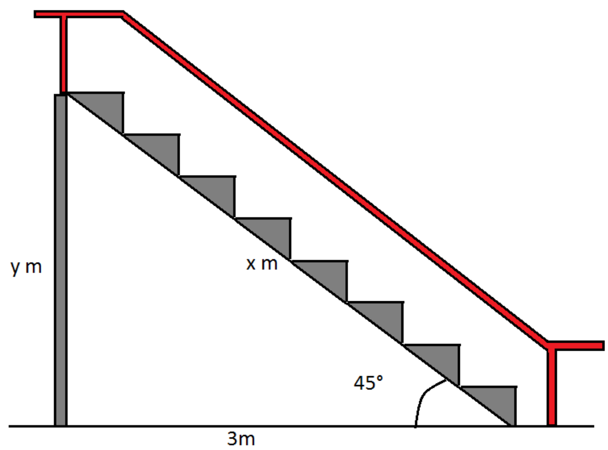
½ = x/10,

2x = 10

x = 5.

EXEMPLO 02:

De acordo com o esquema abaixo calcule o valor de x e de y:



Resolução:

Analisando o desenho da escada, observe que conhecemos o cateto adjacente ao ângulo. Vamos calcular o cateto oposto. Para isto, utilizaremos a razão tangente.

tg 45º = y/3, logo, 1 = y/3. Conclui-se que y = 3 m.

Para determinar a hipotenusa (x), podemos utilizar o cosseno ou o seno, visto que já temos os dois catetos. Utilizaremos a razão cosseno. Pela formula apresentada, tem que: Cosseno 45º = 3/x. Sendo $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Basta igualar as razões:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{x}$$

$$\sqrt{2}x = 6$$

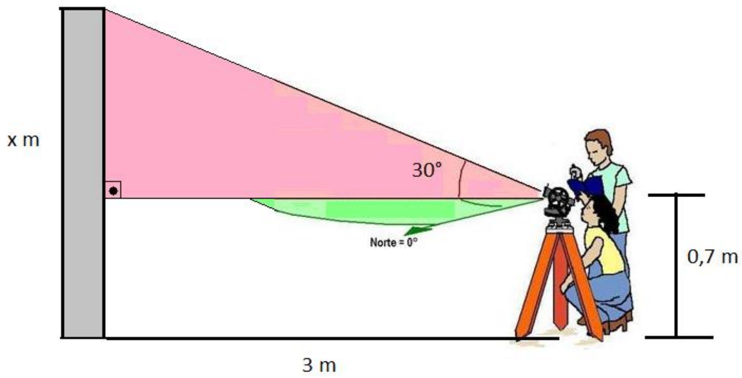
$$x = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

Racionalizando o denominador: $x = \frac{6.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{6\sqrt{2}}{2}$

Dividindo 6 por 2, teremos que x = $3\sqrt{2}$ m

EXEMPLO 03:

Na figura, temos dois jovens medindo o ângulo no teodolito. Para encontrar a altura do muro, eles precisam de um dos lados do triangulo rosa. Encontre e descubra a altura x.



Mais uma vez é possível utilizar a razão tangente, visto que temos a medida do cateto adjacente. Vamos calcular a medida do cateto oposto ao ângulo dado, para isso chamaremos o cateto oposto de z.

Tg 30º = z/3. Como tg 30º = $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{z}{3}$

3z = $3\sqrt{3}$. Conclui-se então que z = $\sqrt{3}$

Z é aproximadamente igual a 1,73 m

Como x é a altura do muro somado com a altura do aparelho, teremos:

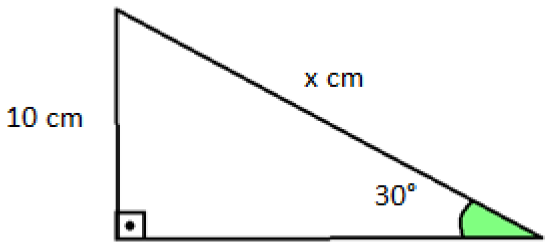
X = 0,7 + 1,73

X = 2,43 m

Vamos exercitar um pouco? Em caso de dúvidas retorne aos exemplos.

Atividade 8

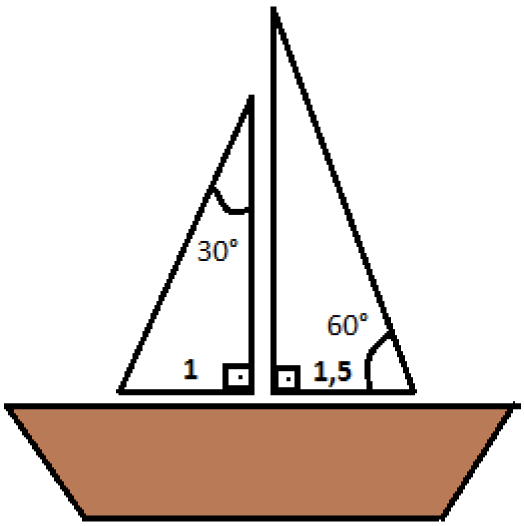
01. Usando a tabela de ângulos importantes, calcule o valor de x no triângulo:



____

____

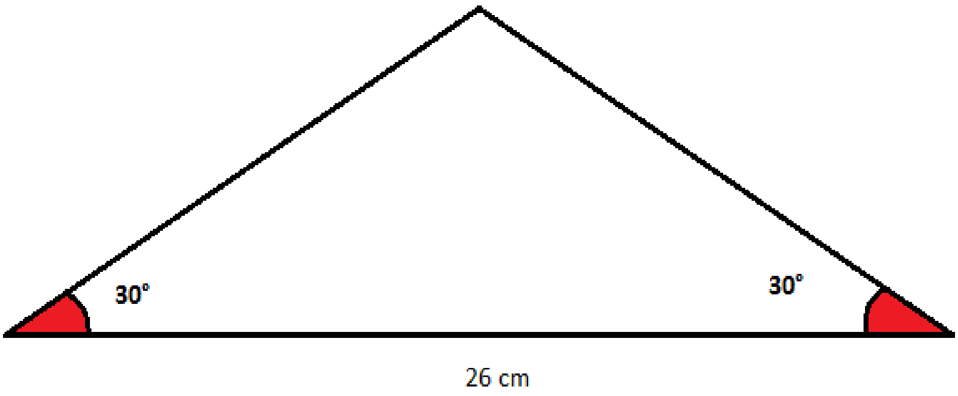
02. No esquema abaixo temos duas velas e os seguintes ângulos 30° e 60°, determine a altura das velas do barco.



____

____

03. Analise o triângulo abaixo e descubra a medida da altura:



____

____

04. No esquema abaixo vemos três casas distantes entre si. Responda:

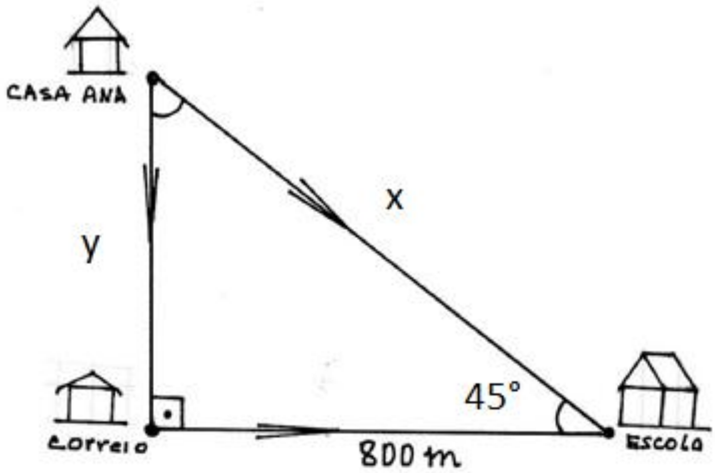


Figura 8

a) Qual a distância entre a casa de Ana e a escola?

____

____

____

b) A distância entre o Correio e a casa de Ana é:

____

____

____

05. Determine a altura da torre já que o ângulo encontrado pelo teodolito foi um ângulo especial. Usando a tabela descubra:

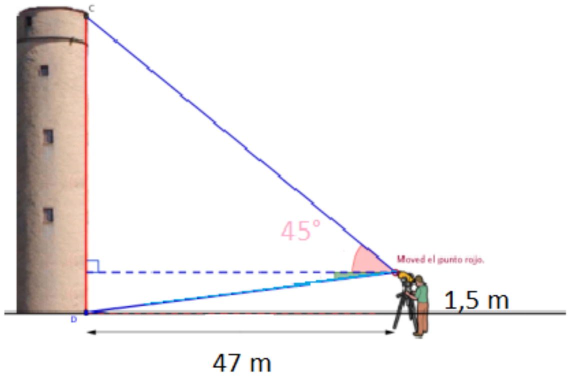


Figura 9

____

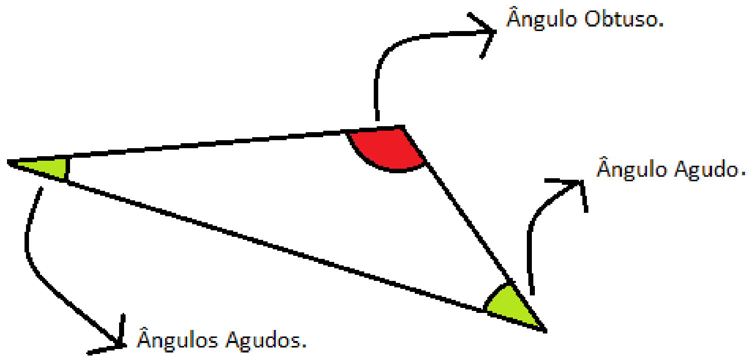
____

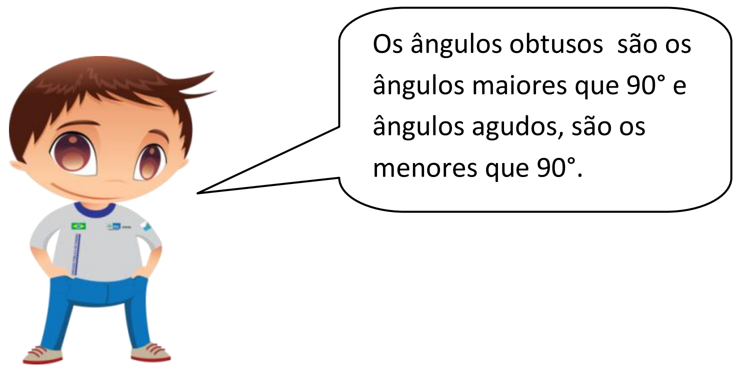
Aula 9: Lei dos Senos.

Caro aluno, nesta aula você estudará uma importante propriedade da trigonometria, a lei dos senos. Esta lei estabelece uma importante relação entre as medidas dos lados de um triângulo qualquer e seno de ângulos agudos e obtusos.

1– SENO DE ÂNGULOS OBTUSOS:

Nas aulas anteriores, vimos senos de ângulos agudos, nesta sessão veremos como calcular valores de senos dos ângulos obtusos, o triangulo abaixo, mostra a diferença entre os ângulos.





O seno de um ângulo obtuso é igual ao seno do ângulo suplementar desse ângulo. Resumindo, queremos dizer que:

$$\mathbf{sen\ x = sen\ (180° - x)}$$

Então se desejamos calcular o valor de sen 120°, por exemplo, basta calcular:

$$\text{sen } 120° = \text{sen } (180° - 120°)$$

$$\text{sen } 120° = \text{sen } 60°$$

$$\text{sen } 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2 – LEI DOS SENOS:

Observe a seguinte situação problema:

A seleção da Argentina, no ano de 2011, sob o comando de Alejandro Sabella, usava a triangulação como tática de jogo. Esse esquema facilita o jogo na hora de dar passes e na marcação. Como saber a distância entre os jogadores Messi e Gago na hora que congelarem a imagem, e verem que, nesse momento, um triângulo foi formado por três jogadores que representam os vértices?

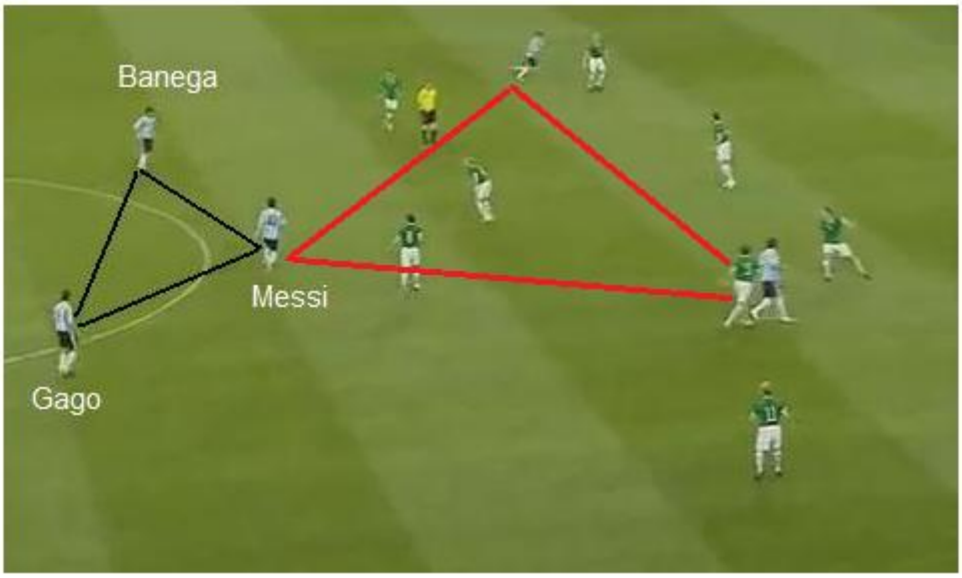
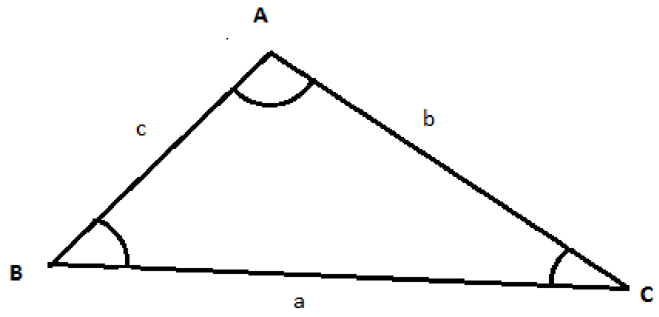


Figura 10

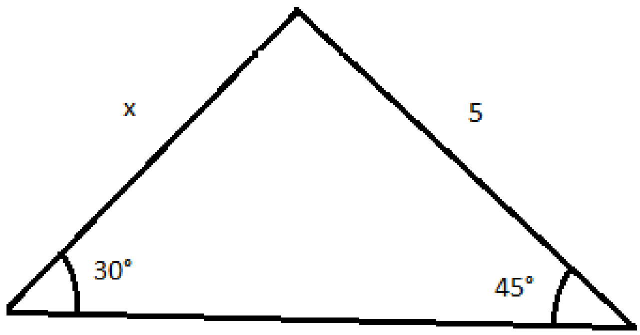
Em qualquer triângulo as medidas dos lados do triângulo são proporcionais aos senos dos ângulos opostos. Veja:



$$\frac{a}{\text{sen }\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen }\hat{B}} = \frac{c}{\text{sen }\hat{C}}$$

EXEMPLO 01:

No triângulo abaixo, determine o valor de x.



Resolução:

Substituindo os dados apresentados no triangulo na lei dos senos, temos:

$$\frac{x}{\text{sen } 45°} = \frac{5}{\text{sen } 30°}$$

Como os senos de 45° e senos de 30° são conhecidos, o problema está resolvido!!

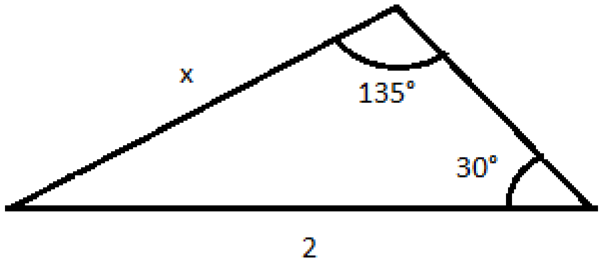
$$\frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot x = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$X = 5\sqrt{2}$

EXEMPLO 02:

Obtenha o seno do ângulo obtuso, e em seguida calcule o valor de x.



Resolução:

Substituindo os valores do problema na lei dos senos, temos:

$$\frac{\text{x}}{\text{sen } 30°} = \frac{2}{\text{sen } (135°)}$$

No entanto, 135° não é um ângulo notável. Como vamos descobrir o valor de sen (135°)? É simples! Já estudamos nesta aula que: sen (135°) = sen (180° - 135°)

$$\frac{\text{x}}{\text{sen } 30°} = \frac{2}{\text{sen } (180° - 135°)}$$

$$\frac{\text{x}}{\text{sen } 30°} = \frac{2}{\text{sen } 45°}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

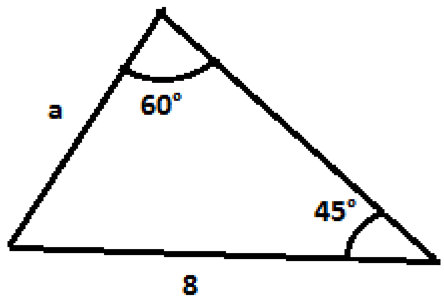
X .$\sqrt{2}$ = 2

X = $\sqrt{2}$

Agora, que tal exercitar um pouco!!!

Atividade 9

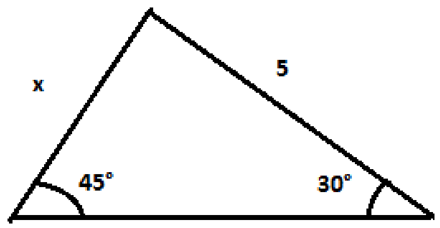
01. Encontre o valor de **a** no triângulo:



____

____

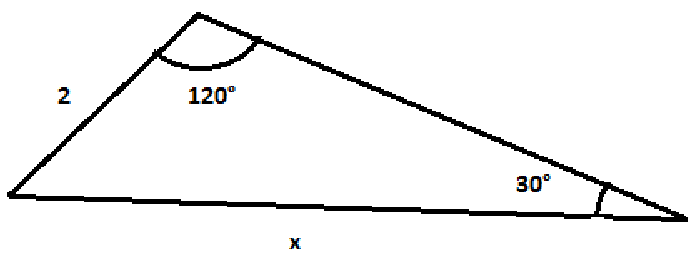
02. Obtenha o valor de x no triângulo:



____

____

03. Obtenha o seno do ângulo obtuso, e calcule o valor de x no triângulo:



____

____

04. Maloca é o nome que se dá há várias habitações indígenas de uma mesma tribo. É um nome também empregado para designar uma aldeia indígena. Na figura abaixo vemos uma dessas habitações. Determine a medida das madeiras usadas para construir essa Maloca.

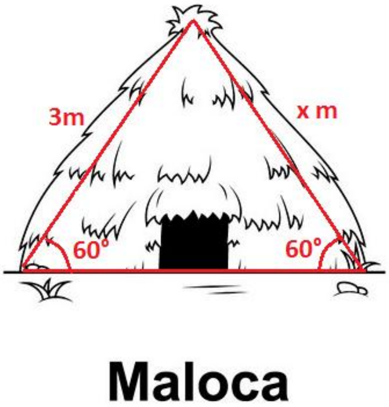


Figura 11

____

____

05. A seleção da Argentina, no ano de 2011, sob o comando de Alejandro Sabella, usava a triangulação como tática de jogo. Esse esquema facilita o jogo na hora de dar passes e na marcação. Encontre a distância entre os jogadores Messi e Gago na hora que congelaram a imagem.

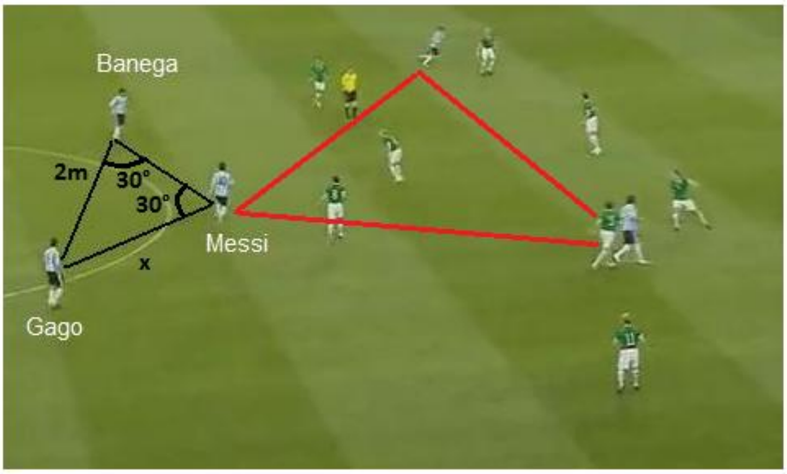


Figura 12

____

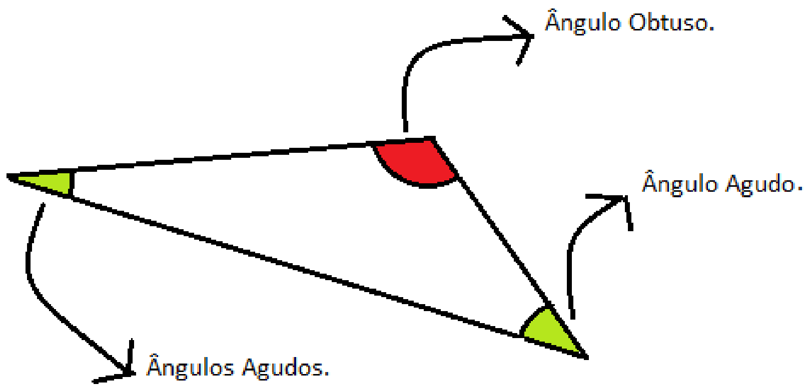
____

Aula 10: Lei dos Cossenos.

Caro aluno, nesta aula você estudará uma importante propriedade da trigonometria: a lei dos cossenos. Essa lei estabelece uma importante relação entre as medidas dos lados de um triângulo qualquer e cosseno de ângulos agudos e obtusos.

1– COSSENO DE ÂNGULOS OBTUSOS:

Nas aulas anteriores, vimos cossenos de ângulos agudos, nesta sessão veremos como calcular os valores dos cossenos dos ângulos obtusos. O triângulo abaixo, mostra a diferença entre os ângulos.



O cosseno de um ângulo obtuso é igual ao cosseno do ângulo suplementar desse ângulo. Observe:

$$\mathbf{\cos x = -\cos (180° - x)}$$

Então, por exemplo, para calcular o valor de cos 135°, basta fazer o seguinte:

$$\cos 135° = -\cos (180° - 135°)$$

$$\cos 135° = -\cos 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

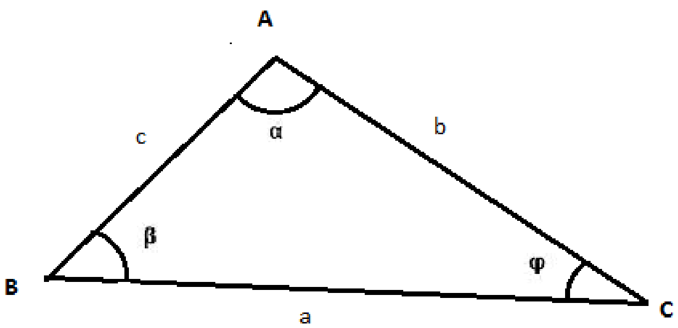
2 – LEI DOS COSSENOS:

Vamos explicar a lei dos cossenos, através da seguinte situação problema:

No ramo da construção civil, as figuras geométricas estão continuamente presentes, mas uma das figuras bastante utilizada é o triângulo, nesse projeto vemos uma casa com esse formato. Na Lei dos Cossenos podemos calcular a medida de qualquer lado, tendo o ângulo oposto ao lado e as medidas dos segmentos que formam o ângulo.

Figura 13

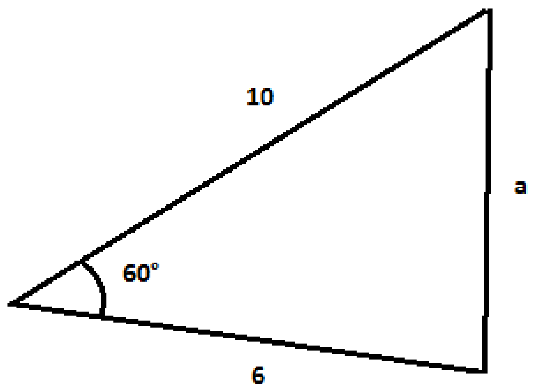
Em qualquer triângulo, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados, menos duas vezes o produto das medidas desses lados pelo cosseno do ângulo formado por eles. Escrevendo em uma linguagem matemática, temos:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\ \times b\ \times c\ \times \cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\ \times\ a\ \times c\ \times \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\ \times a\ \times b\ \times \cos\varphi$$

EXEMPLO 01:

No triângulo abaixo, determine o valor de **a**.



Resolução:

Aplicando a lei dos cossenos, temos:

$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2 - 2\ \times b\ \times c\ \times \cos\alpha}$

$a^2 = 6^2 + 10^2 - 2\ \times 6\ \times 10\ \times \cos 60°$

a² = 36 + 100 – 2 × $6\ \times 10\ \times \frac{1}{2}$

a² = 36 + 100 – 60

a² = 76

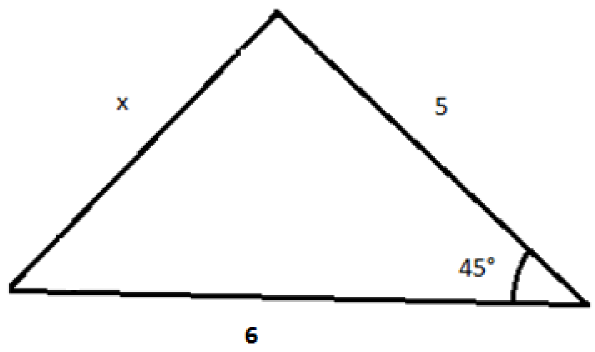
a = $\sqrt{76}$

a = $\sqrt{2^2.19}$

a = $2\sqrt{19}$

EXEMPLO 02:

Calcule o valor de x no triangulo:



Resolução:

Aplicando a lei dos cossenos, temos:

$$\mathbf{c^2 = a^2 + b^2 - 2 \times a \times b \times \cos 45°}$$

$c^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \times 6 \times 5 \times \cos 45°$

$c^2 = 36 + 25 - 2 \times 6 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

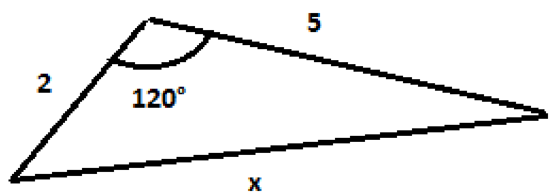
$c^2 = 36 + 25 - 30\sqrt{2}$

$c^2 = 61 - 30\sqrt{2}$

$c = \sqrt{61 - 30\sqrt{2}}$

EXEMPLO 03:

Obtenha o cosseno do ângulo obtuso e calcule o valor de x no triangulo.



Resolução:

$$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos 120°}$$

$a^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \times 2 \times 5 \times \cos(180° - 120°)$

$a^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \times 2 \times 5 \times -\cos 60°$

$a^2 = 4 + 25 - 2 \times 2 \times 5 \times -\frac{1}{2}$

$a^2 = 4 + 25 + 10$

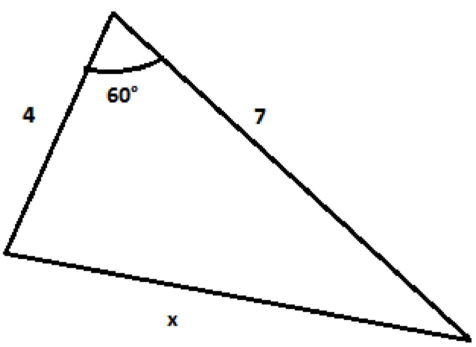
$a^2 = 39$

$a = \sqrt{39}$

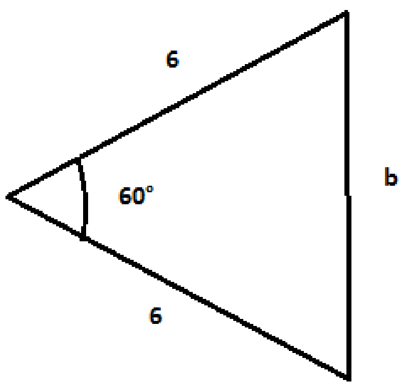
Viu como é simples!! Leia o problema, anote os dados informados e aplique na lei! Agora, vamos fazer alguns exercícios para testar seus conhecimentos!

Atividade 10

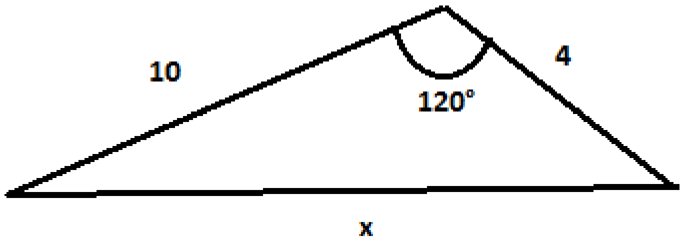
01. Encontre o valor de x no triângulo:



02. Determine o valor de **b** no triângulo abaixo:



03. Obtenha o cosseno do ângulo obtuso e calcule x no triângulo:



04. O Triângulo das Bermudas é uma das partes do mundo mais temidas pelos navegantes, esse território tem a fama de ser muito perigoso, pelo seu grande numero de acidentes registrados. Nesse triangulo as cidades de Miami e San Juan estão localizada nos vértices A e B respectivamente. Descubra o valor de x no mapa abaixo:

Figura 14

05. Na construção de uma casa triângular foi usado um grande caibro representado pela letra x na figura. Analise as medidas indicadas e descubra o valor de x:

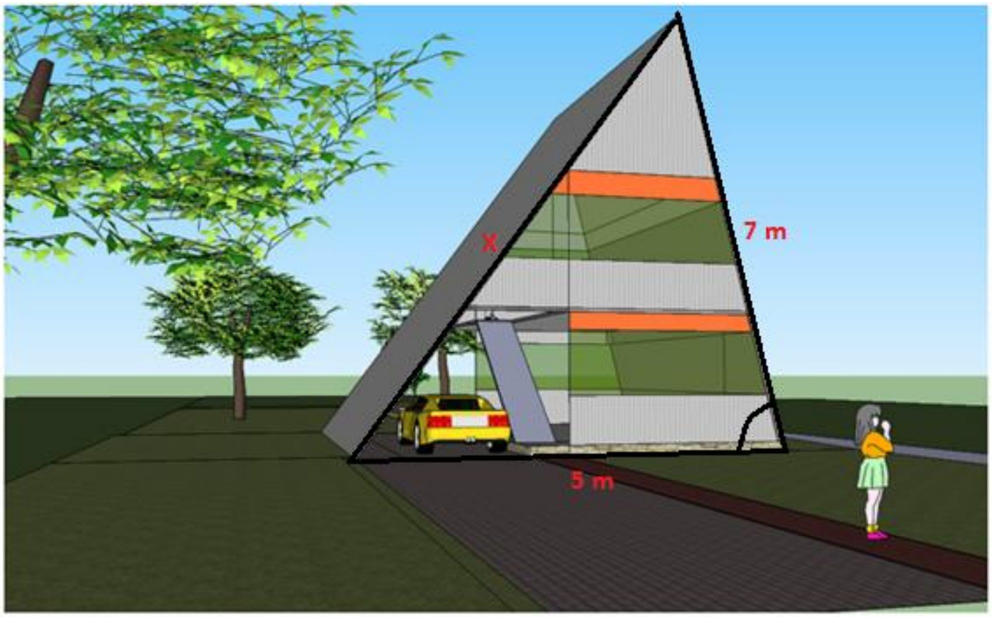


Figura 15

____

____

Avaliação

Caro aluno, chegou a hora de avaliar tudo o que nós estudamos nas aulas anteriores. Leia atentamente cada uma das questões e faça os cálculos necessários. Vamos lá? Vamos tentar?

01. O proprietário de uma lanchonete descobriu que na produção do hambúrguer comum gasta R$ 1,25 de material e além disso tem um gasto fixo de R$ 97,00 por conta de gás e outros materiais. Qual a função que representa o custo (C) total na produção dos hambúrgueres em função da quantidade produzida (x).

(A) C(x) = 1,25 + 97x

(B) C(x) = (1,25 + 97).x

(C) C(x) = 97 + 1,25x

(D)C(x) = 1,25 x

(E) C(x) = 97 – 1,25x

02. Na função polinomial do primeiro grau v(t) = 2t – 4 e t(x) = 3x – 4. Determine V(t) quando x = 1.

(A) -2 (B) -1 (C) -6 (D) -10 (E) 0

03. Raquel emprestou R$ 500,00 a juros simples para um amigo na taxa de 6% ao mês. Qual a função J(t) que define o total de juros a ser pago pelo amigo de Raquel após um intervalo t de tempo.

(A) J(t) = 6t

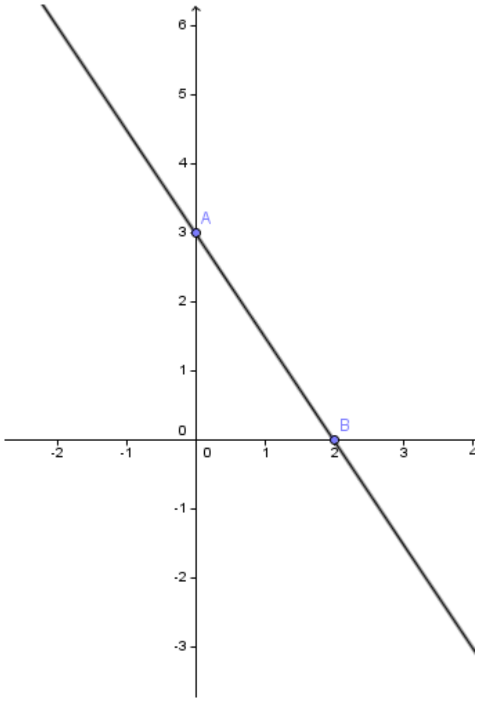
(B) J(t) = 500t

(C) J(t) = 500 + 30t

(D) J(t) = 30t

(E) J(t) = 30 + 500t

04. No gráfico a seguir é correto afirmar que:



(A) a = 0; b= 2; raiz 3

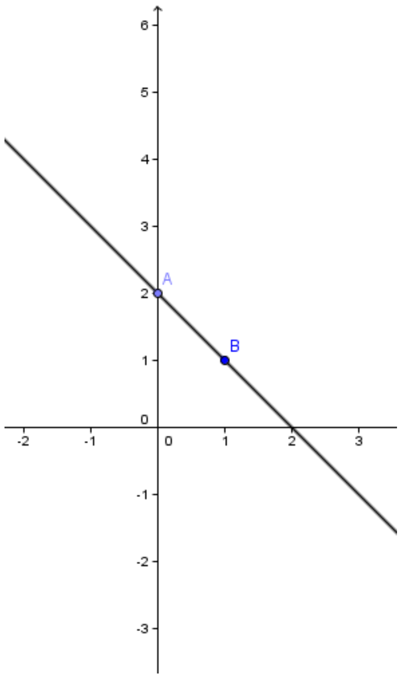
(B) a>0; b=3; raiz 2

(C)a > 0; b= 2; raiz 3

(D) a<0; b = 2; raiz 3

(E) a<0; b = 3; raiz 2;

05. Qual a função que melhor representa o gráfico:



(A) f(x) = x - 2

(B) f(x) = x + 2

(C) f(x) = -x + 2

(D) f(x) = -x - 2

(E) f(x) = -2x

06. Em uma fábrica o lucro é calculado a partir da função L(x) = 5x – 100. L(x) é o lucro em função da quantidade de caixas vendidas. Baseado nesta afirmação, assinale a única afirmação correta:

(A) O ponto de equilíbrio, ou seja, quando não há lucro ou prejuízo, será definido quando x = 40 caixas.

(B) Se a fábrica vender 20 caixas terá lucro.

(C) A fábrica terá lucro com a venda superior a 20 caixas.

(D) A fábrica terá lucro a partir da venda de 100 caixas.

(E) A fábrica terá lucro para qualquer produção.

07. Observe as seguintes razões a partir do ângulo α interno em um triângulo retângulo; $\frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$; $\frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$; $\frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$. Ao citar essas razões, estamos falando respectivamente de:

(A) seno, cosseno e tangente

(B) tangente seno e cosseno

(C) tangente, cosseno e seno

(D) cosseno, seno e tangente

(E) cosseno, tangente e seno

08. Em um triângulo retângulo a hipotenusa mede 8 cm. Calcule a medida do lado oposto ao ângulo de 30°.

(A) $\sqrt{2} + 2$

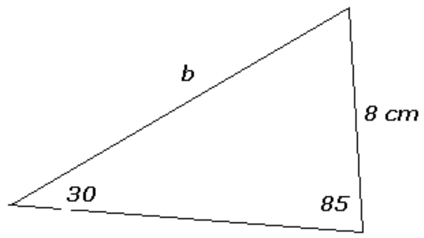
(B) 2

(C) 6

(D) $\sqrt{2}$

(E) 4

09. Sabendo que sen 85^{o} = 0,99, podemos afirmar que a medida do lado b no triângulo abaixo é aproximadamente:



(A) 8 cm

(B) 7 cm

(C) 19 cm

(D) 20 cm

(E) 16 cm

10. Seja o triângulo ABC com as seguintes medidas: $\overline{AB}$ = 6 cm, $\overline{AC}$ = 7 cm e $\overline{BC}$ = 5 cm. Determine a medida do ângulo $\hat{B}$.

(A) 78°

(B) 62°

(C) 28°

(D) 24°

(E) 65°

Pesquisa

Caro aluno, agora que já estudamos todos os principais assuntos relativos ao 2º bimestre, vamos verificar a importância destes assuntos em nosso dia a dia.

Iniciamos este estudo, definindo a função polinomial do 1º grau e depois vimos suas aplicações. Aprendemos também sobre a trigonometria no triângulo retângulo e como isso pode nos ajudar no cálculo de medidas. Agora vamos exercitar um pouco mais?

Leia atentamente as questões a seguir e, através de uma pesquisa, responda cada uma delas de forma clara e objetiva.

ATENÇÃO: Não se esqueça de identificar as Fontes de Pesquisa, ou seja, o nome dos livros e sites os quais foram utilizados.

I – Apresente algumas situações do cotidiano onde podemos empregar a função polinomial do primeiro grau.

____

____

____

____

____

II – Faça uma pesquisa sobre a utilização da função polinomial do primeiro grau no estudo da física. Quais assuntos são abordados e onde essa função se faz presente.

____

____

____

____

____

III – Pesquise em jornais e revistas alguns exemplos de gráficos de funções afim ou linear, verificando se a função é crescente ou decrescente.

(**ATENÇÃO:** Fazer esta parte da atividade em uma folha separada!)

IV – Assista ao vídeo sugerido sobre função polinomial do primeiro grau, e escreva suas observações sobre esta função. Qual a sua aplicabilidade no dia a dia e como é abordado em Matemática.

O vídeo está disponível em http://www.youtube.com/watch?v=sx_RC5KR1dY

____

____

____

Referências

[1] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos e funções. 8 ed. São Paulo: Atual, 2006

[2] IEZZI, Gelson; ET al. Matemática, Ciências e Aplicações 1; 6ª edição.São Paulo; Saraiva, 2010.

[3] SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Matemática Ensino Médio; 5ª edição. São Paulo; Saraiva. 2008

[4] LIMA, Elon Lages; ET al. A Matemática do Ensino Médio; volume 1; Rio de Janeiro, Sociedade brasileira de Matemática, 2006

Fonte das Imagens

[1] Figura 1: http://clubeconstrucao.com.br/profiles/blog/list?tag=segredos

[2] Figura 2: http://stor.pt.cx/feiramatik/2010/09/20/trigonometria-introducao/

[3] Figura 3: http://blog.rostev.com/2009_03_01_archive.html

[4] Figura 4: http://www.arcoweb.com.br/arquitetura/oscar-niemeyer-centro-cultural-08-05-2007.html

[5] Figura 5: http://lorenaarquiteta.blogspot.com.br/2010/05/funcao-e-as-partes-de-um-telhado.html

[6] Figura 6: http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/wikididactica/index.php/Uso_del_teodolito

[7] Figura 7: http://teresina.olx.com.br/teodolito-digital-topcon-iid-168006536

[8] Figura 8: http://www.anossaescola.com/cr/testes/torresdemelo/2011provabrasilmatematicabloco1nonoano.htm

[9] Figura 9: http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/wikididactica/index.php/Uso_del_teodolito

[10] Figura 10: http://globoesporte.globo.com/platb/futebolargentino/category/resenha-tatica/page/3/

[11] Figura 11: http://colorindodesenhos.wordpress.com/2011/06/16/tipos-de-casas-de-indio/

[12] Figura 12 : http://globoesporte.globo.com/platb/futebolargentino/category/resenha-tatica/page/3/

[13] Figura 13: http://www.flickr.com/photos/flavioacayaba/4544124572/

[14] Figura 14: http://thoth3126.com.br/o-misterio-do-triangulo-das-bermudas/

[15] Figura 15: http://www.flickr.com/photos/flavioacayaba/4544124572/

Equipe de Elaboração

COORDENADORES DO PROJETO

Diretoria de Articulação Curricular
Adriana Tavares Mauricio Lessa

Coordenação de Áreas do Conhecimento
Bianca Neuberger Leda
Raquel Costa da Silva Nascimento
Fabiano Farias de Souza
Peterson Soares da Silva
Ivete Silva de Oliveira
Marília Silva

COORDENADORA DA EQUIPE
Raquel Costa da Silva Nascimento
Assistente Técnico de Matemática

PROFESSORES ELABORADORES
Ângelo Veiga Torres
Daniel Portinha Alves
Fabiana Marques Muniz
Herivelto Nunes Paiva
Izabela de Fátima Bellini Neves
Jayme Barbosa Ribeiro
Jonas da Conceição Ricardo
Reginaldo Vandré Menezes da Mota
Tarliz Liao
Vinícius do Nascimento Silva Mano
Weverton Magno Ferreira de Castro